

マイクロ波フィルタ設計入門：基礎および設計例

Introduction to the Design of Microwave Filters: Fundamentals and Design Examples

陳 春平

Chun-Ping CHEN

神奈川県 電気電子情報工学科

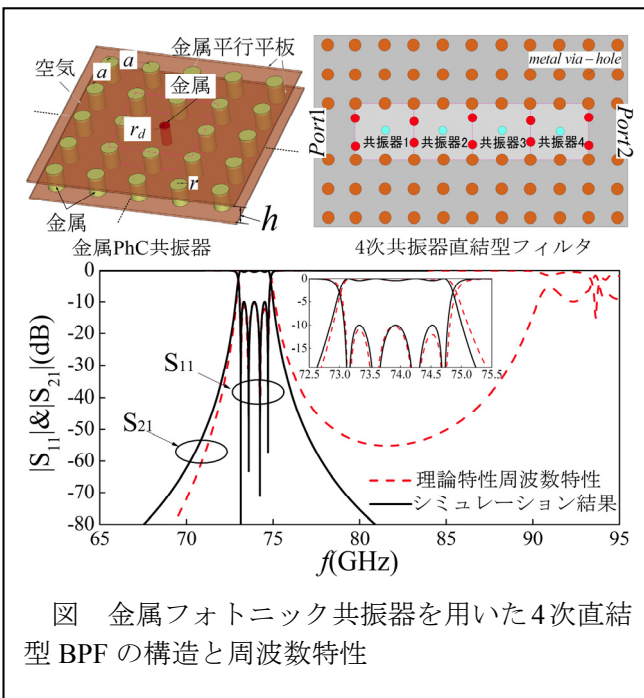
Department of Electrical, Electronics and Information Engineering

概要

本講座では、初心者の学生や新入社会人向けの基礎講座であり、マイクロ波フィルタの実用的設計法について、基礎から設計例を用いて分かりやすく解説する。まず、フィルタ設計・評価する上で必要な基礎知識をやさしく説明する。次に、Matlab と互換性のある無料ソフトウェア Octave を用いて式と等価回路を誘導するとともに、原型低域通過フィルタから共振器直結形帯域通過フィルタへの一般的な合成法を解説する。また、フィルタを合成するためのプログラムの組み方も紹介する。さらに、具体例として、4次金属フォトニック結晶共振器直結型帯域通過フィルタを合成理論に基づいて設計し、フィルタ設計の手順を述べる。

キーワード：マイクロ波フィルタ，理論設計，等価回路，シミュレーション，Octave

前提知識：電気回路基礎，分布定数回路



Abstract

As a tutorial for beginners and refreshers, this session attempts to introduce the fundamentals of the design of microwave filters. First, the necessary knowledge required in the design of the filters will be presented. Secondly, by using the Octave (a free software compatible with Matlab), the general synthesis method will be interpreted in detail. In addition, the Octave-based programs for the synthesis of the filters will be introduced. Finally, as an example, an inline bandpass filter consisting of 4-stage metallic point-defect PhC (Photonic Crystal) resonators is designed based on the introduced synthesis theory to show the design procedure in detail.

Keywords : Microwave filter, Theoretical design, Equivalent Circuit, Simulation, Octave.

Required Priori Knowledge: Electric circuits and distributed circuits.

略語一覧：

- LPF：Lowpass Filter = 低域通過フィルタ
HPF：Highpass Filter = 高域通過フィルタ
BPF：Bandpass Filter = 帯域通過フィルタ
BSF：Bandstop Filter/BRF：Band Rejection Filter = 帯域阻止フィルタ
IL：Insertion Loss = 挿入損失/挿入損
RL：Return Loss = 反射損失/反射損
BW：Bandwidth = 帯域幅
FBW：Fractional Bandwidth = 比帯域幅

1. はじめに

電気フィルタ（以下「フィルタ」と略記）は、必要な電気信号のみを抜き取り、不要な電気信号を取り除く機能を持つ電気回路であり、現代通信システムなどに必要不可欠な機能部品である。

最初のフィルタ提案は1899年にM. I. Pupin氏が長距離電話通信の距離を大幅に伸ばすため、通信線に一定間隔で装荷コイルを挿入するという手法まで遡れるが、フィルタの理論研究は1915年、K. W. Wagner（ドイツ）とG. A. Campbell（アメリカ）によってほぼ同時に開始された。そのフィルタ理論は映像パラメータに基づき、古典フィルタ設計理論として知られている。その後、アメリカのO. J. Zobel, R. M. Foster, W. Cauer, Darlington, PilotyとE.L.Nortonなどの優れた研究者によって、1940年前後、2ポート回路網理論に基づいた挿入損（伝達関数）を用いた現代フィルタ設計理論に発展した。しかし、当時フィルタの動作周波数がkHzオーダーであるため、主に集中定数インダクタ L とキャパシタ C でフィルタを設計されていた。

一方、1930年代後半から、レーダの開発が盛んに行われ、それがきっかけとなって、レーダシステムに必要なデバイスの1つとしてマイクロ波帯域（明確の定義がないが、通常動作波長がmmオーダーで、周波数300MHz–300GHz）でのフィルタの研究開発が注目を集めた。当時のレーダシステムは主に導波管、同軸などの分布定数伝送線路によって構成されていたため、分布定数回路素子を含めたマイクロ波フィルタと設計理論の研究が盛んに行われ、多くの成果が発表されている^[1]。その後、衛星通信、移動体通信技術の発展に伴い、マイクロストリップライン、CPW（Co-planar）などに基づいた各々の平面型フィルタ、超小型のSAWフィルタ、LTCCフィルタ、MEMSフィルタなどの製品が生み出された。

さらに、電子部品の製造技術の進展により、数GHzまで使える集中定数回路素子が開発され、分布定数回路素子と集中定数回路素子が混在しているフィルタも製品化されている^[2]。

マイクロ波フィルタの実現には分布定数回路素子が用いられるため、通常以下の2種類の設計法が使われている。

方法I： L 、 C 、 J/K -インバータ、 Q 値、 M -matrix（結合行列）による集中定数フィルタの設計理論を用いてフィルタを設計し、さらに、導波管・マイクロストリップ線などの分布定数回路素子で集中定数回路素子を近似する設計法。通常、この方法は比帯域幅（比帯域幅の定義は2.1に記載される）20%以下の（狭帯域）フィルタの設計に適する。

方法II：伝送線路理論に基づいた分布定数フィルタ設計法。通常、この方法は比帯域幅30%以上の（広帯域）フィルタの設計に適する。

本基礎講座では、紙面と時間の都合上、上記の設計法Iのみを解説する。まず、フィルタを評価するための基本パラメータと分類を紹介する。つぎに、はしご形原型（Prototype）低域通過フィルタ、 K - J -インバータを用いた原型低域通過フィルタ、インピーダンスのスケールリングと周波数変換を用いた高域通過/帯域通過/帯域阻止フィルタの設計理論について順次解説し、分布定数素子を含めたマイクロ波フィルタの設計に使いやすい汎用性の高い共振器直結型帯域通過フィルタの等価回路を導出する。特に、同じポートインピーダンスを持つ偶数次チェビシェフ原型フィルタの素子値の求め方を紹介する。最後に、4段金属フォトニック結晶共振器直結型フィルタを設計例として、フィルタ設計の流れを紹介する。なお、解説時の式の誘導や、グラフの作成などは、Matlabと互換性のある無料のソフトウェアOctaveで行い、フィルタの合成用プログラムの組み方も紹介する。

2. マイクロ波フィルタの基本パラメータと分類

無損失のマイクロ波フィルタ回路は図1に示すリアクタンス2-ポート回路で表せ、 R_S と R_L はそれぞれ

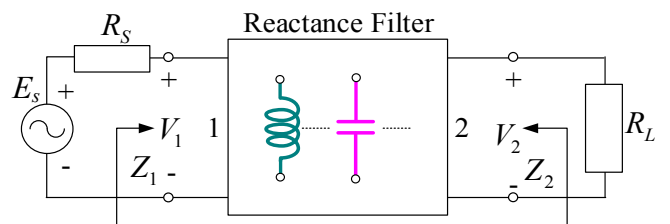


図1 マイクロ波フィルタの2-ポート等価回路

信号源と負荷抵抗である。したがって、フィルタの周波数特性は通常散乱行列 (S-パラメータ) で評価する。反射係数 $S_{ii}(i=1,2)$ はポート i の反射特性、透過係数 $S_{ij}(i,j=1,2 \text{ or } 2,1)$ はポート j からポート i への透過特性を示す。挿入損失 (IL: Insertion Loss) と 反射損失 (RL: Return Loss) は以下のように定義される^[2]。

$$\text{挿入損失: IL} = -20 \log_{10} |S_{21}| = 10 \log_{10} \left| \frac{P_{max}}{P_L} \right| \text{ (dB)} \quad (1)$$

$$\text{反射損失: RL} = -20 \log_{10} |S_{11}| \text{ (dB)} \quad (2)$$

ここで、 P_{max} は電源から取り出しうる最大電力、 P_L は負荷抵抗 R_L での消費電力である。

注意点: ① 一部の参考書^{[1][3]}には式(1)で定義した物理量を (動作) 損失 (Attenuation) と呼び、「挿入損失」はフィルタ回路を挿入した場合の負荷抵抗 R_L へ供給した実効電力 P_{L0} とフィルタ回路を挿入していない場合の負荷抵抗 R_L へ供給した実効電力 P_L の比 ($IL1 = 10 \log_{10} |P_{L0}/P_L|$ (dB)) で定義している。しかしながら、 $R_L = R_s$ の場合においては、式(1)で算出した IL は IL1 と等しい。

② 理想フィルタの通過帯域における挿入 (反射) 損失は 0dB (無限大) となる。無損失の場合、 $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$ が成り立つため、挿入損失と反射損失のいずれかが分かれば、もう 1 つも分かるが、実際のフィルタは損失が入っているため、フィルタの設計仕様に挿入損と反射損の両方が与えられる場合が少なくない。

③ $|S_{ij}|$ の値は 0~1 の間であるため、式(1)と(2)より、挿入損失と反射損失は正の値であることが分かる。

図 2 に実際の帯域通過フィルタ (2.2 節に定義) の周波数特性の概略図を実線で示す。比較のため、同図に理想フィルタ特性を示す。図 2 より、理想フィルタ特性は通過域 (Passband) と阻止域 (Stopband) との 2 つの部分からなるが、実際のフィルタ特性は、通過域と阻止域の間に遷移域 (Transition Band) が存在する。また、理想フィルタの通過域と阻止域にお

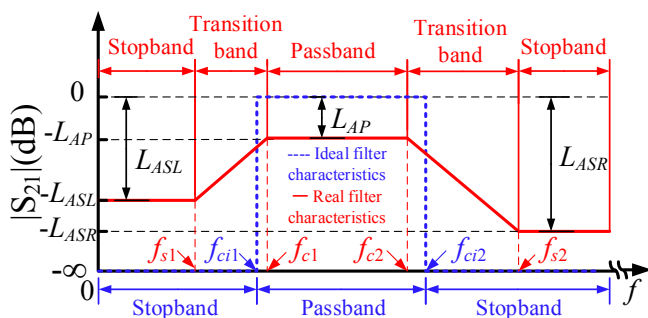


図 2 帯域通過フィルタの周波数特性 (概略図)

る $|S_{21}|$ はそれぞれ 0dB と $-\infty$ であるが、実際のフィルタにおいては、通過域内の挿入損は L_{AP} であり、低/高域側の阻止域の挿入損失はそれぞれ L_{ASL} と L_{ASR} である。

2.1 フィルタ特性と評価するためのパラメータ (フィルタ設計の仕様)

一般的には、通帯域内の挿入損失が小さく、阻止域の減衰量 (挿入損失) が大きく、選択度 (スカート特性) が良く、温度変化による特性変化が少なく、群遅延が平坦且つ小型・軽量・安価なフィルタが求められるが、実際のフィルタを設計する際に、具体的な仕様を満たす必要があるため、ここで、フィルタ特性を評価するための具体的なパラメータ (仕様) を図 2 に示した通過帯域フィルタの周波数特性を例として以下のように解説する。

(1) **中心周波数 (Center Frequency):** フィルタの仕様に示される中心周波数は、2 つの遮断周波数の算術平均 ($f_0 = (f_{c1} + f_{c2}) / 2$) が多いが、3.3 節に紹介する周波数変換に用いられる帯域通過フィルタの中心周波数は 2 つの遮断周波数の幾何平均 ($f_{01} = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$) であることに注意する。

(2) **遮断周波数 (Cutoff Frequency):** カットオフ周波数ともいい、通過帯域と阻止域との境の周波数である。理想フィルタ特性の遮断周波数 (f_{ci1}, f_{ci2}) が明確に定義されているが、実際のフィルタにおいては、フィルタのタイプによって定義が異なる。通過域と遷移域の境の周波数 (f_{c1}, f_{c2}) を指す場合が多い。

(3) **帯域幅 (BW: Bandwidth) = $f_{c2} - f_{c1}$, 単位: Hz**

(4) **比帯域幅 (FBW: Fractional Bandwidth) = $BW / f_{01} = (f_{c2} - f_{c1}) / f_{01}$, 無次元量であり、通常百分率 (パーセント: %) で表す。**

(5) **通過域/阻止域:** 電気信号を通す/阻止する周波数領域である。図 2 に示した通過帯域フィルタにおいて、通過域は $f_{c1} \sim f_{c2}$, 阻止域は 2 つあり、 $0 \sim f_{s1}, f_{s2} \sim \infty$ である。通常、設計仕様には通過/阻止域における挿入損失/反射損失の最大値が明確に記載される。

(6) **遷移域 (Transition Band):** 通過域と阻止域の過渡域であり、 $f_{s1} \sim f_{p1}, f_{s2} \sim f_{p2}$ を指す。遷移域の特性はスカート特性 (roll-off 特性、選択度) とも呼ばれる。遷移域の急峻度を上げるために、フィルタの段数を増やす方法や、減衰極を導入するなどの方法が用いられる。仕様に明確に書く場合が少ないが、通過域と阻止域の定義から、算出できる。

(7) **群遅延 (Group Delay):** S_{21} の位相 $\phi_{21}(\omega)$ を角周波数 ω で微分したものであり、式(3)で与えられる。

$$\tau_g = - \frac{d\phi_{21}(\omega)}{d\omega} \quad (3)$$

線形システムの群遅延が補正できるため、通常平坦な群遅延特性が望ましい。また、仕様に通過帯域内の最大群遅延或いは群遅延の変動値が定められている。

(8) フィルタの物理的寸法: 通常、設計仕様にフィルタの大きさが制限されるため、フィルタの小型化技術はフィルタの実用化の観点から非常に重要である。小型フィルタを実現するために、フィルタ構造の工夫（減衰極の導入、多層化、集中定数回路素子の採用）、高誘電率材料の利用などが考えられる。

(9) 耐電力: 数百ワット以上の大電力システムに使用するフィルタは通常導波管構造で実現し、放電しやすい細く尖った（曲率半径が小さい）構造を避けることと励振部を接地することがポイントである。

(10) 温度特性: 基地局、衛星など屋外で使われるフィルタに関して、仕様に使用する温度範囲が記載されている場合が多い。この場合、フィルタを作製する際に、温度変化の少ない材料を使用する必要がある。

2.2 フィルタの種類

フィルタの分類について、比帯域幅や、使用する回路素子の種類などから幾つかの分類方法があるが、周波数選択性の観点から、低域通過フィルタ（LPF：Lowpass Filter）、高域通過フィルタ（HPF：Highpass Filter）、帯域通過フィルタ（BPF：Bandpass Filter）、帯域阻止フィルタ（BSF：Bandstop Filter/BRF：Band Rejection Filter）との4種類に大別でき、周波数特性を図3に示す。

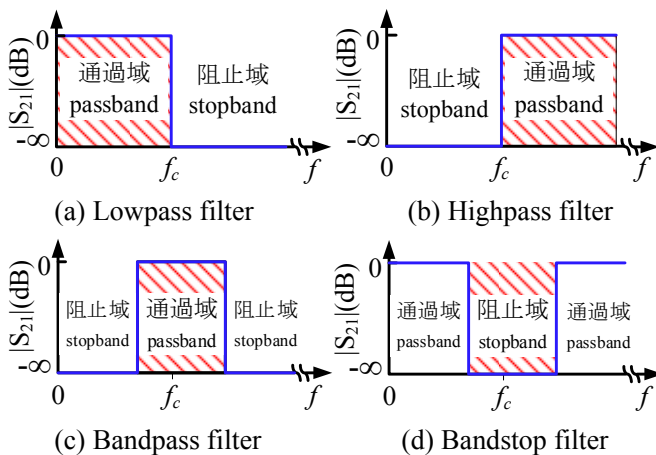


図3 4種類のフィルタと理想周波数特性

3. マイクロ波フィルタの設計法^{[1]-[6]}

本基礎講座で紹介するマイクロ波フィルタの設計プロセスは原型低域通過フィルタを用いた挿入損失法による集中定数フィルタの理論合成と分布定数回路素子での実現との2段階からなる。

用語解説

挿入損失法: 現代フィルタの主流の設計法であり、回路網合成理論に基づき、所望のフィルタの周波数特性（挿入損失或いは伝達関数）に対応するフィルタの回路構成および各回路素子値を求める方法である。フィルタの伝達関数 $H_t(j\omega)$ と S パラメータの関係は式(4)、(5)で与えられる。

$$|S_{21}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + |H_t(j\omega)|^2} \quad (4)$$

$$H_t(j\omega) = \frac{S_{11}(j\omega)}{S_{21}(j\omega)} \quad (5)$$

したがって、理論上では、フィルタの等価回路に基づいた伝達関数とそれに対応する理論周波数特性（理論フィルタリング関数）が分かれば、任意のフィルタの合成（回路素子値の決定）が出来るが、ある程度の経験と相当の計算量が必要なため、規格化した原型フィルタと周波数変換に基づいた合成手法がよく使われている。通常、周波数と回路素子を規格化したLPFを原型フィルタとして用い、原型LPFのパラメータの計算式が事前に導出されているか、あるいは、パラメータの値を事前に計算し、データベース化されている。

フィルタ合成の具体的な手順は以下の通りである。

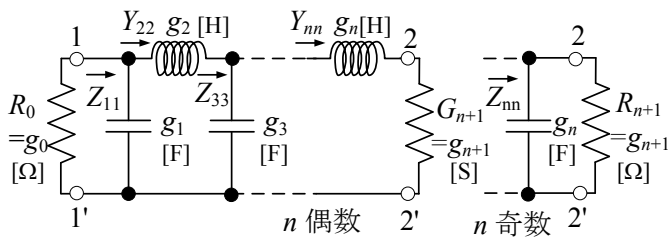
I. 原型LPFを用いた挿入損失法による集中定数フィルタの理論合成:

①原形LPFの合成: 設計仕様より、集中定数原形LPFの構成とそれに対応する理想周波数特性を決め、LPFを構成する回路素子（インダクタ L 、キャパシタ C ）の値を決定する。

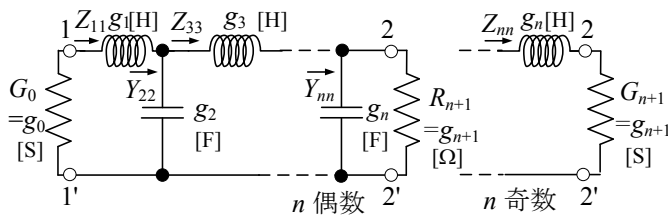
②原形LPFから設計するフィルタへの変換: インピーダンスのスケーリングと周波数変換により、設計する集中定数LPF/HPF/BPF/BSFの回路素子値（インダクタ L 、キャパシタ C ）を決定する。

II. 設計するフィルタの実現: 設計した集中定数フィルタ回路から等価回路変換により適切な分布定数回路素子（適切な伝送線路や分布定数共振器など）に置き換え、所望の周波数特性を実現する。ここでは、通常、数値計算手法に基づいたシミュレーションと最適化を行う必要がある。

よく使用される原型LPFは主に2種類ある。1つは図4(a)(b)に示すはしご形LPFと呼ばれ、フィルタを構成する集中定数回路素子（ L と C ）の値はパラメータとされている。このタイプの原型LPFは構造が



(a) 最初の回路素子が並列 C である原型 LPF



(b) 最初の回路素子が直列 L である原型 LPF

図 4 はしご形原型低域通過フィルタ

簡単、ワグナー・バタワース型、チェビシェフ型、楕円関数フィルタを実現でき、さらに、K-インバータと J-インバータを導入することにより、C 或いは L のみを持つ変形した原型 LPF を構築できる。それに基づき、共振器直結型 BPF が合成可能であるが、飛び越し結合などの複雑な結合係数を持つフィルタの厳密な合成が難しい。もう 1 種類の LPF は結合回路^[6]に基づいたもので、回路素子間の結合係数 (M 行列) はパラメータとされている。はしご形原型 LPF より、あらゆる結合を汎用に取り扱えるという利点があるが、原型フィルタのパラメータの計算は通常数値最適化手法を用いる必要がある。本講座では、紙面の都合上、前者のはしご形原型 LPF に基づいた合成手法のみを紹介する。

3.1 はしご形原形低域通過フィルタ

図 4(a)(b)に示した 2 種類の LC によるはしご形原型 LPF における信号源の抵抗/コンダクタンス (g_0)、フィルタの遮断周波数 (Ω_c) を規格化し、値を 1 とする。正規化周波数を Ω とする。2 種類フィルタ回路はお互いに双対回路であり、周波数特性が同じである。さらに、信号源抵抗/コンダクタンス (g_0) と負荷抵抗/コンダクタンス (g_{n+1}) を除いた回路素子 (g_1, \dots, g_n) の数 n が奇数と偶数の場合の構成をそれぞれ示した。

バタワースとチェビシェフとの 2 種類のフィルタの規格化素子値は以下になる。

- 通過帯域内最平坦 (バタワース) フィルタ
- ✓ 理論フィルタリング関数：

$$|S_{21}(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2n}} \quad (6)$$

- ✓ はしご回路の素子値は式(7)で与えられる：

$$\begin{cases} g_0 = g_{n+1} = 1.0 \\ g_i = 2 \sin \left[\frac{(2i-1)\pi}{(2n)} \right], \text{ for } i = 1 \text{ to } n \end{cases} \quad (7)$$

- ✓ 阻止帯域の最小挿入損失が $L_{AS}(\Omega = \Omega_s)$ を満たすフィルタの次数 n は以下の式で決定される。

$$n \geq \log_{10} \left(\frac{10^{0.1L_{AS}} - 1}{2 \log_{10} \Omega_s} \right) \quad (8)$$

- 通過帯域内等リプル (チェビシェフ型) フィルタ
- ✓ 理論フィルタリング関数：

$$|S_{21}(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon T_n^2(\Omega)} \quad (9)$$

$$T_n(\Omega) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1} \Omega) & (|\Omega| \leq 1) \\ \cosh(n \cosh^{-1} \Omega) & (|\Omega| \geq 1) \end{cases} \quad (10)$$

- ✓ はしご回路の素子値は式(11)で与えられる。

$$g_0 = 1, \quad g_1 = \frac{2}{\gamma} \sin \left(\frac{\pi}{2n} \right)$$

$$g_i = \frac{1}{g_{i-1}} \frac{4 \sin \left[\frac{(2i-1)\pi}{2n} \right] \cdot \sin \left[\frac{(2i-3)\pi}{2n} \right]}{\gamma^2 + \sin^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} \right]}, \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1.0, & \text{for } n \text{ odd} \\ \coth^2(\beta/4), & \text{for } n \text{ even} \end{cases}$$

$$\beta = \ln \left[\coth(L_{Ar}/17.37) \right], \quad \gamma = \sinh \left[\beta / (2n) \right]$$

ここで、 ε は通過帯域内のリプルを表す定数であり、その dB 表示の $L_{Ar}(\text{dB})$ との関係式は以下になる。

$$\varepsilon = \sqrt{10^{L_{Ar}/10} - 1} \quad (12)$$

- ✓ 阻止帯域の最小挿入損失が $L_{AS}(\Omega = \Omega_s)$ を満たすフィルタの次数 n は以下の式で決定される。

$$n \geq \cosh^{-1} \sqrt{\frac{10^{0.1L_{AS}} - 1}{10^{0.1L_{Ar}} - 1}} / \cosh^{-1} \Omega_s \quad (13)$$

確認のため、Matlab と互換性を持つ Octave^[9] (付録をご参照) を用いてはしご形原型 LPF の S パラメータを回路網理論により計算し、理論周波数特性と比較する。並列 C と直列 L の ABCD 行列は式(14)で与えられる。

$$F_{SL}(L) = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F_{PC}(C) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

回路網理論により, 図 4(a)(b)の 5 次(n=5)原型 LPF の全体の ABCD 行列はそれぞれ次のようになる。

$$F_{all_a} = F_{PC}(g_1) \cdot F_{SL}(g_2) \cdot F_{PC}(g_3) \cdot F_{SL}(g_4) \cdot F_{PC}(g_5) \quad (15)$$

$$F_{all_b} = F_{SL}(g_1) \cdot F_{PC}(g_2) \cdot F_{SL}(g_3) \cdot F_{PC}(g_4) \cdot F_{SL}(g_5)$$

S ノパラメータは回路の全体の ABCD 行列 $[A_i B_i C_i D_i]$ より式(16)を用いて算出できる。

$$S_{21} = \frac{2(A_i D_i - B_i C_i)}{\sqrt{R_L/R_0 A_i + B_i/\sqrt{R_0 R_L}} + \sqrt{R_0 R_L C_i + \sqrt{R_0/R_L} D_i}}$$

$$S_{11} = \frac{\sqrt{R_L/R_0} A_i + B_i/\sqrt{R_0 R_L} - \sqrt{R_0 R_L} C_i - \sqrt{R_0/R_L} D_i}{\sqrt{R_L/R_0} A_i + B_i/\sqrt{R_0 R_L} + \sqrt{R_0 R_L} C_i + \sqrt{R_0/R_L} D_i} \quad (16)$$

$$|S_{21}|^2 + |S_{11}|^2 = 1 \text{ (for lossless case)}$$

図 4(a)に基づいた 5 次チェビシェフ原型 LPF の理論周波数特性 (式(9)) と回路網理論に基づいた周波数特性 (式(11), 式(14)~(16)) の Octave による計算プログラムを以下に示す。リップル定数は 0.1dB とする。

```
%-----
% Freq_char_5th_chebyshev.m ファイル名
% symbolic package をインストールする必要がある
  (詳細は付録をご覧ください)

%以下は式(9)に基づいた理論周波数特性の計算
m=5; %フィルタの次数
LAr=0.1; epr=(10^(LAr/10)-1)^0.5; %リップル定数
ww=-5:0.01:5; %周波数範囲
Hs=epr*(cos(m*acos(ww))); %チェビシェフ伝達関数
s21_2=(1./(1+(abs(Hs).^2))); % |S21|^2
s11_2=(1-s21_2); % |S11|^2
ls21=10.*log10(s21_2); ls11=10.*log10(s11_2); % dB
figure(1); subplot(1,2,1);
plot(ww, ls21,ww, ls11) %作図
axis([-4 4 -60 0]); %軸の表示範囲
title("Theoretical Charateristics(Eq.(9));");
xlabel('Angular Frequency(rad/s)');
ylabel('|S21|&|S11|(dB)');
legend('S21','S11'); legend('Location','northwest')

%以下は式(11), (14)~(16)による周波数特性の計算
syms W L C; %用いられるパラメータを定義
SL=[[1 j*W*L];[0 1]]; %直列 L の ABCD 行列(式(14))
PC=[[1 0];[j*W*C 1]]; %並列 C の ABCD 行列(式(14))
LAr=0.1; % リップル(unit:dB);

% 以下 LPF の素子値 g_i (i=1...6) の計算 (式(11))
n=5; g0=1.0;g(n+1)=1.0;
```

```
be=log(coth(LAr/17.37)); ga=sinh(be/(2*n));
g(1)=2/ga*sin(pi/(2*n));
for i=2:n
g(i)=1/g(i-1)*4*sin((2*i-1)*pi/(2*n))*sin((2*i-3)*pi/(2*n))/(ga^2+sin(((i-1)*pi)/n)^2)
endfor

mg1=subs(PC,{C},{g(1)});%並列 C の ABCD 行列
mg2=subs(SL,{L},{g(2)});%直列 L の ABCD 行列
mg3=subs(PC,{C},{g(3)});%並列 C の ABCD 行列
mg4=subs(SL,{L},{g(4)});%直列 L の ABCD 行列
mg5=subs(PC,{C},{g(5)});%並列 C の ABCD 行列
Fa=(mg1*mg2*mg3*mg4*mg5); %式(15)
S21=2*(Fa(1,1)*Fa(2,2)-Fa(1,2)*Fa(2,1))/((g(n+1)/g0)^0.5*Fa(1,1)+Fa(1,2)/(g(n+1)*g0)^0.5+(g(n+1)*g0)^0.5*Fa(2,1)+Fa(2,2)/(g0/g(n+1))^0.5); %式(16)
S11=(1-abs(S21)^2)^0.5; %式(16)
figure(1); subplot(1,2,2);
ezplot(20*log10(abs(S21))) %作図 S11
hold on; ezplot(20*log10(abs(S11))) %作図 S21
axis([-4 4 -60 0]) %軸の表示範囲
title('Filter characteristics based on Fig.6(a)')
xlabel('Angular Frequency(rad/s)')
ylabel('|S21|&|S11|(dB)')
legend('S21','S11'); legend('Location','northwest')
%-----
```

上記のプログラムの計算結果のグラフを図 5 に示し, 理論周波数特性と回路網理論によるはしご原型 LPF の周波数特性がよく一致することは, 理論と計算式の有効性が確かめられた。

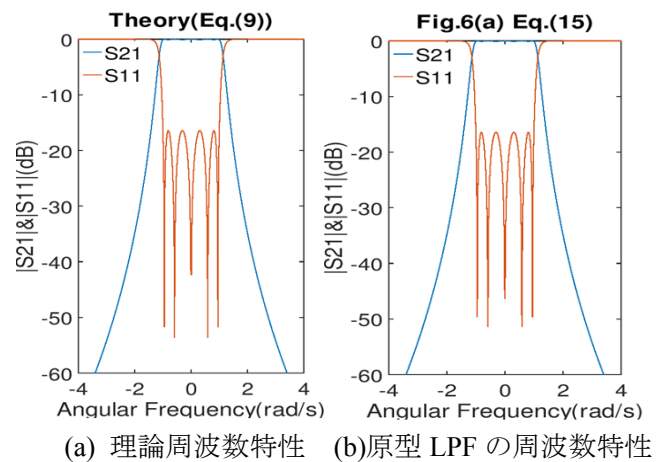


図 5 5 次チェビシェフ原型 LPF の理論周波数特性と回路網理論による周波数特性の比較

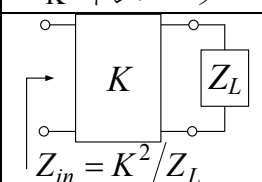
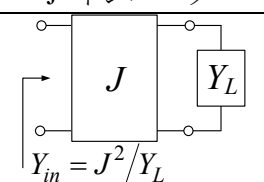
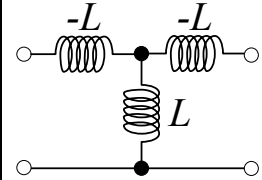
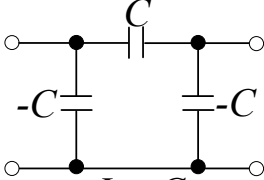
注意: 式(11)で設計した偶数次のチェビシェフフィルタの入出力ポートインピーダンスが等しくないため、入出力ポートインピーダンスの等しいチェビシェフフィルタを設計する際に、(トランス、K-/J-インバータなどの) インピーダンス変換回路を入れる必要がある。もし、式(11)で計算したパラメータをそのまま使うと、リップル定数が大きくなるにつれて、誤差が大きくなることに注意する。

3.2 並列 C または 直列 L のみを用いた変形原型 LPF

3.2.1 K-インバータと J-インバータの導入

K-/J-インバータはインピーダンス/アドミタンス変換器と同じ働きで、等価回路と ABCD 行列を表 1 に示す。さらに、図 6 に K または J インバータを用いた並列 C と直列 L の間の変換回路を示す。

表 1 K-インバータと J-インバータ

	K-インバータ	J-インバータ
K-/J-インバータ	 $Z_{in} = K^2/Z_L$	 $Y_{in} = J^2/Y_L$
集中定数回路素子による K-/J-インバータの等価回路	 $K = \omega L$	 $J = \omega C$
ABCD 行列	$\begin{bmatrix} 0 & \mp jK \\ \pm \frac{1}{jK} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{1}{jJ} \\ \mp jJ & 0 \end{bmatrix}$

3.2.2 K-/J-インバータを用いた変形原型 LPF

この変換関係を図 4 ののはしご原型 LPF に適用すると、図 7(a)(b) のよう直列 L と K-インバータ、並列 C と J-インバータを用いた変形した原型 LPF が得られる。素子値の計算式は Octave の符号計算機能 (Symbolic package) を用いて図 7(b) の素子値を下記の流れで導出できる。

まず、図 4(b) と図 7(b) の 1-1' から右側へ見込んだインピーダンス Z_{11} と Z_{01} は以下のように計算される。

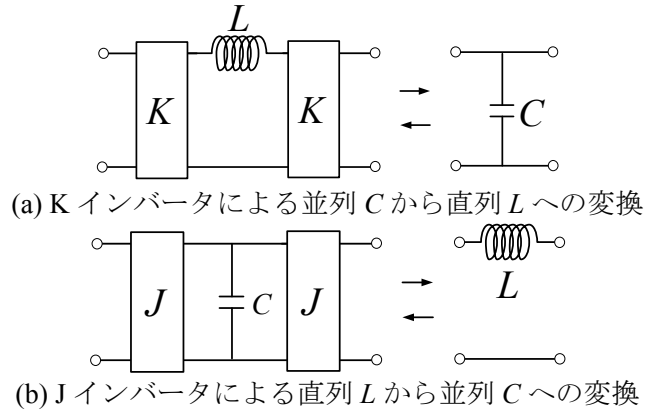


図 6 K, J インバータを用いた変換回路

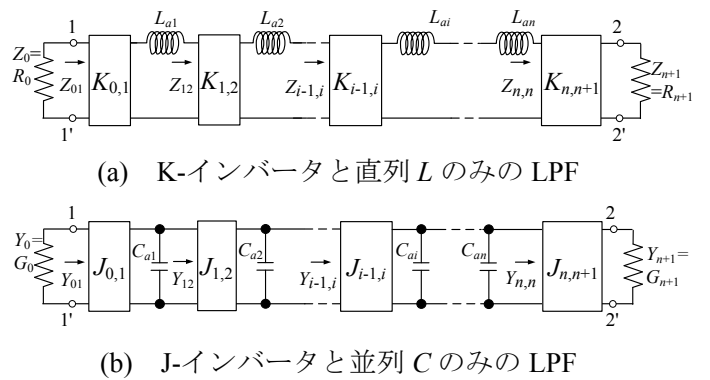


図 7 K-/J-インバータを用いた変形原型 LPF

```

%-----
% Modified_prototype_LPF.m ファイル名
syms W G0 g0 g1 Ca1 Y22 Y12 J01 Ca1 real; %定義
Z11 = (1/Y22 + j*W*g1)*g0 %図 4(a)の Z11 の計算
Z01 = 1/(J01^2/(Y12 + j*W*Ca1)/G0) %図 7(b)の Z01
%-----

```

図 7(b) と図 4(b) の回路は等価のため、 Z_{11} と Z_{01} の実部と虚部をそれぞれ等しくすると、以下の方程式が構築できる。

```

%-----
eq1 = real(Z11) - real(Z01) %実部による方程式
eq2 = imag(Z11) - imag(Z01) %虚部による方程式
[J01] = solve(eq2 == 0, J01) %虚部方程式 eq2 を解く
%-----

```

虚部による方程式 eq2 を解くと J_{01} が得られ、式 (17) に示す。さらに、 J_{12} の計算式を導出するために、図 4(b) と図 7(b) の 2 番目の回路素子から右側へ見込んだ入力アドミタンス Y_{22} と Y_{12} を計算する。

```

%-----
syms Z33 Y23 g2 J12 Ca2 real %パラメータの定義
vJ01 = JJ01(2) %J01の結果をvJ01に保存する
YY22 = 1/Z33 + j*W*g2 %図4(a)のY22の計算
YY12 = J12^2/(Y23+j*W*Ca2) %図7(b)のY12の計算
%-----

```

算出した Y22, Y12 と J01 を方程式 eq1 に代入し、以下の 2 つの方程式 (eq3, eq4) が得られる。

```

%-----
eq3=real(subs(eq1, {Y22,Y12,J01},{YY22,YY12,vJ01}))
eq4=imag(subs(eq1, {Y22,Y12,J01},{YY22,YY12,vJ01}))
[J12,ZZ33] = solve(eq3 == 0, eq4 == 0, J12, Z33)
%-----

```

上記の連立方程式 (eq3, eq4) を解くと、J12 が得られ、式(17)に示す。(解は 2 つあり、負の解は無縁根であることに注意する。)同じ流れで、J_{i,i+1} (i=2...n) の計算式を導出でき、式(17)に纏められている。

$$J_{0,1} = \sqrt{\frac{G_0 C_{a1}}{g_0 g_1}}, J_{1,2} = \sqrt{\frac{C_{a1} C_{a2}}{g_1 g_2}}, J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{C_{an} G_{n+1}}{g_n g_{n+1}}} \quad (17)$$

$$J_{i,i+1} = \sqrt{\frac{C_{ai} C_{a(i+1)}}{g_i g_{i+1}}}, \quad i = 1, \dots, n-1$$

ここで、G₀, G_{n+1}, C_{ai} が自由に選べられる。

同様に、図 7(a) に示した K-インバータと直列 L を用いた変形原型 LPF の K インバータの計算式は式(18)に示す。

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{R_0 L_{a1}}{g_0 g_1}}, K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{L_{an} R_{n+1}}{g_n g_{n+1}}} \quad (18)$$

$$K_{i,i+1} = \sqrt{\frac{L_{ai} L_{a(i+1)}}{g_i g_{i+1}}}, \quad i = 1, \dots, n-1$$

ここで、R₀, R_{n+1}, L_{ai} が自由に選べられる。

3.2.3 偶数次チェビシェフ LPF の厳密な理論設計

3.1 節の最後に少し説明したが、偶数次の入出力ポートインピーダンスの等しいチェビシェフ LPF を設計する際に、式(17)或いは(18)で計算したパラメータをそのまま使うと、誤差が出る。例として、図 8(a) のに 4 次フィルタ (リップル (IL) = 0.1dB ; 反射損失 (RL) = 16.43dB) の結果を示す。伝送極の数は 3 つ、反射損失 (RL) は 14dB となり、等リップル特性も崩れているため、パラメータの厳密な計算式を導出する必要がある。以下、図 8(c) に示す規格化した (周波数特性は R₀, R_{n+1}, L_{ai} の値と無関係なので、R₀ = R_{n+1} = L_{ai} = 1 とする) 4 次 LPF を例として厳密な設計式

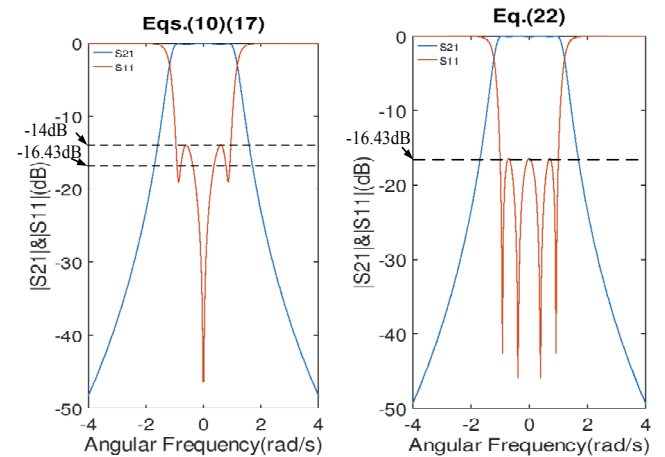
を回路網理論により導出する。まず、対称性を持つ LPF 全体の ABCD 行列を以下のように導出できる。

$$\begin{aligned}
F_1 &= F_{K'0,1} \cdot F_{SLa1} \cdot F_{K'1,2} \cdot F_{SLa2} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \\
F'_1 &= \begin{bmatrix} D_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{bmatrix} \\
F_{21} &= F_1 \cdot F_{K'2,3} \cdot F'_1 \\
&= \begin{bmatrix} -j \left(\frac{B_1 D_1}{K'_{2,3}} + A_1 K'_{2,3} C_1 \right) & -j \left(\frac{B_1^2}{K'_{2,3}} + A_1^2 K'_{2,3} \right) \\ -j \left(\frac{D_1^2}{K'_{2,3}} + C_1^2 K'_{2,3} \right) & -j \left(\frac{B_1 D_1}{K'_{2,3}} + A_1 K'_{2,3} C_1 \right) \end{bmatrix} \quad (19)
\end{aligned}$$

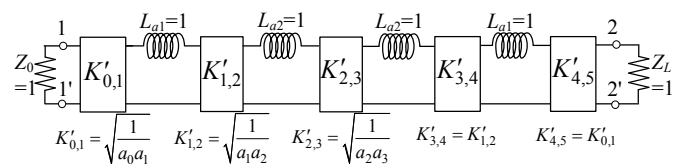
ここで、素子の ABCD 行列 F_{SLai} は式(14), F_{K'ij} は表 1 に定義されている。式(19)を式(16)に代入し、更に式(5)に代入すると、図 8(b) の LPF の伝達関数は以下のように算出できる。

$$\begin{aligned}
H_t(\omega) &= q_4 \omega^4 + q_2 \omega^2 + q_0 \\
\begin{cases} q_0 = (a_1^2 - a_2^2 a_3) / (2a_1 a_2 \sqrt{a_3}) \\ q_2 = \sqrt{a_3} (a_2 a_3 - a_1^2 a_2 - 2a_1^2) / (2a_1) \\ q_4 = a_1 a_2 a_3 \sqrt{a_3} / 2 \end{cases} \quad (20)
\end{aligned}$$

チェビシェフフィルタの周波数特性を実現するため、式(20)の絶対値は任意の角周波数において、以下の 4 次第 1 種チェビシェフ多項式の比は定数でなけ



(a)式(11)による周波数特性 (b)式(23)による周波数特性



(c) 4 次 K-インバータと直列 L を用いた対称な LPF
図 8 4 次 K-インバータと直列 L を用いた対称な LPF と周波数特性

ればならない。

$$T_4(\omega) = \cos[4 \cos^{-1}(\omega)] = p_4 \omega^4 - p_2 \omega^2 + p_0$$

ここで、

$$\begin{cases} p_4 = 8 \\ p_2 = -8 \\ p_0 = 1 \end{cases} \quad (21)$$

すなわち、

$$|H_t(\omega)| \equiv \varepsilon \cdot |T_4(\omega)| \quad (22)$$

ω の値は任意なので、式(22)を以下に書き換える。

$$\begin{cases} q_4 = \varepsilon \cdot p_4 \\ q_2 = \varepsilon \cdot p_2 \\ q_0 = \varepsilon \cdot p_0 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} q_4 = -\varepsilon \cdot p_4 \\ q_2 = -\varepsilon \cdot p_2 \\ q_0 = -\varepsilon \cdot p_0 \end{cases} \quad (23)$$

式(20)と式(21)を代入した連立方程式(23)を解くことにより、4次の入出力ポートインピーダンスの等しいチェビシェフLPFの設計パラメータ a_1, a_2, a_3 を算出できる。ここで、 $a_i < 0$ の場合は無縁根であることに注意する。

Octaveのプログラムは以下になり、リップル 0.1dBの時の a_1, a_2, a_3 の値がそれぞれ 1.1088, 0.6263, 2.3124 となる。周波数特性を図 8(b)に示す。理想特性と一致するため、式(23)の有効性が確かめられた。

```
%-----
% Che_4_section_para.m ファイル名
syms a1 a2 a3; % パラメータを定義
function y = fun(x) % 連立方程式(23)を構築
LAR=0.1; ep=(10^(LAR/10)-1)^0.5; %リップル定数(式(12))
a1 = x(1); a2 = x(2); a3 = x(3); % 未知数の定義
y(1)=a1/(2*a2*a3^0.5) - 1/2*a2*a3^0.5/a1 - ep;
y(2)=1/2/a1*a2*a3^(3/2)-(1/2*a2+1)*a1*a3^(1/2)+8*ep;
y(3)=(1/2)*a1*a2*a3^(3/2) - 8*ep;
endfunction

x0 = [1;1;1]; %未知数の初期値
[x,fval,exitflag,output] = fsolve('fun',x0) %方程式を解く

%以下は、図 13 の直結型フィルタの結合係数 (ki,j)
と外部 Q の計算 (式(29))
FBW = 0.0222; wc = 1; % 設計するフィルタの仕様
k12 = FBW/wc/(x(1)*x(2))^0.5 % 式(29)
k23 = FBW/wc/(x(2)*x(3))^0.5 % 式(29)
k34 = k12
Qe = wc/FBW*1*x(1) % 式(29)
%-----
```

3.3 インピーダンスのスケーリングと周波数変換

原型 LPF の理想特性から、表 2 に示す周波数変換式を用いて、任意の信号源抵抗 Z_0 と帯域を持つ (低域通過, 高域通過, 帯域通過或いは帯域阻止) フィルタ特性が実現できる。5 次チェビシェフ原型 LPF から変換した 4 種類のフィルタの周波数特性 ($|S_{21}|$) を Octave のプログラムで計算し図 9 に示す。以下、紙面の都合上、LPF→BPF へのプログラムのみを示す。

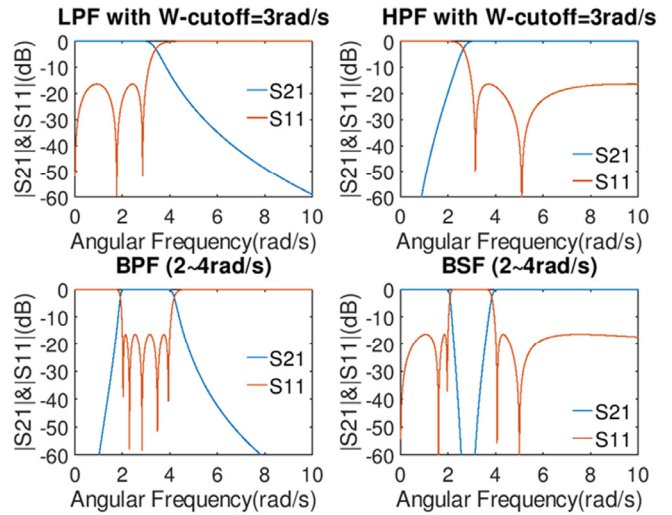


図 9 原型 LPF フィルタから LPF/HPF/BPF/BSF への変換例 (リップル(IL) : 0.1dB)

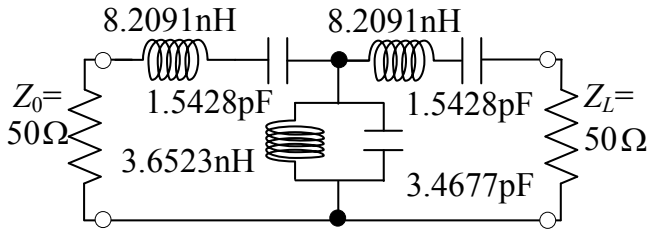
```
%-----
% LPF_to_BPF ファイル名
LAR=0.1; epr=(10^(LAR/10)-1)^0.5; %リップル定数(式(12))
m = 5; %フィルタの次数
ww = -5:0.01:10; %グラフする角周波数の範囲
Wc = 1; %原型 LPF の遮断角周波数
wc1 = 2; wc2 = 4; %BPF の低域と高域遮断角周波数
w0 = (wc1*wc2)^0.5; %中心角周波数
FBW = (wc2-wc1)/w0; %帯域幅
WW = Wc./FBW.*(ww./w0-w0./ww); %LPF->BPF 変換
Hs = epr*(cos(m*acos(WW))); %理論伝達関(式(9))
s21_2 = (1./(1+(abs(Hs).^2))); s11_2=(1-s21_2); %式(4)
figure(1);
plot(ww, s21_2.^0.5,ww, s11_2.^0.5); %作図
axis([0 10 0 1]); title('BPF (2~4rad/s)');
xlabel('Angular Frequency(rad/s)'); ylabel('|S21|&|S11|');
legend('S21','S11'); legend('Location','northeast');
%-----
```

周波数変換を各種の回路素子に適用すると、回路素子の変換関係が得られ、表 2 にフィルタタイプごとに示す。例として、周波数変換を用いて、3 次チェ

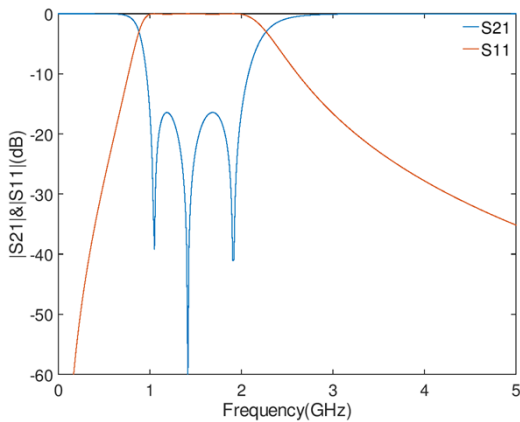
表2 インピーダンスのスケージングと周波数変換を用いた原型フィルタの回路素子変換表

	Impedance scaling	周波数変換式	回路素子の変換	回路素子の変換式
L P F	信号源抵抗 Z_0 (コンダクタンス Y_0) のフィルタのインピーダンスのスケージング:	$\Omega = \frac{\Omega_c}{\omega}$ ω_c : LPF の遮断角周波数		$L = \frac{\Omega_c}{\omega_c} \gamma_0 g$ $C = \frac{\Omega_c}{\omega_c} \frac{g}{\gamma_0}$
H P F	$L \rightarrow \gamma_0 L, C \rightarrow C/\gamma_0$ $R \rightarrow \gamma_0 R, G \rightarrow G/\gamma_0$ $K \rightarrow \gamma_0 K, J \rightarrow J/\gamma_0$	$\Omega = -\frac{\omega_c \Omega_c}{\omega}$ ω_c : HPF の遮断角周波数		$C = \frac{1}{\omega_c \Omega_c} \frac{1}{\gamma_0 g}$ $L = \frac{1}{\omega_c \Omega_c} \frac{\gamma_0}{g}$
B P F	$\gamma_0 = Z_0/R_0 = Z_0 \cdot G_0 = G_0/Y_0$ ここで, R_0 と G_0 はそれぞれ (変換前) の原型フィルタの信号源抵抗とコンダクタンスである。	$\Omega = \frac{\Omega_c}{FBW} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$ $FBW = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$		$L_s = \frac{\Omega_c}{FBW \omega_0} \gamma_0 g, C_s = \frac{1}{\omega_0^2 L_s}$ $C_p = \frac{\Omega_c}{FBW \omega_0} \frac{g}{\gamma_0}, L_p = \frac{1}{\omega_0^2 C_p}$
B S F		$\Omega = \frac{\Omega_c FBW}{(\omega_0/\omega - \omega/\omega_0)}$ ω_1 : 低域側の遮断角周波数 ω_2 : 高域側の遮断角周波数		$L_p = \frac{\Omega_c FBW}{\omega_0} \gamma_0 g, C_p = \frac{1}{\omega_0^2 L_p}$ $C_s = \frac{\Omega_c FBW}{\omega_0} \frac{g}{\gamma_0}, L_s = \frac{1}{\omega_0^2 C_s}$

ビシエフ形 BPF ($L_{Ar}=0.1\text{dB}$, BW:1~2GHz) を図 4(b) のチェビシェフはしご原型 LPF から変換し, 図 10(a)



(a) BPF 回路構造



(b) 周波数特性 ($L_{Ar}=0.1\text{dB}$, BW:1~2GHz)

に示す。直列 L を直列 LC 共振器回路, 並列 C を並列 LC 共振回路に置き換え, BPF の回路素子値と周波数特性を以下の Octave のプログラムで計算した。

```

%-----
% Che_3_freq_trans.m ファイル名
wc1 = 2*pi*1; % f1=1GHz (ω1=2πf1) %遮断角周波数
wc2 = 2*pi*2; % f2=2GHz (ω2=2πf2) %遮断角周波数
w0 = (wc1*wc2)^0.5; FBW = (wc2-wc1)/w0; Z0 = 50;
LAr = 0.1; epr = (10^(LAr/10)-1)^0.5; % リプル定数
Wc = 1; % 原型 LPF の遮断周波数
syms F Ls Lp Cs Cp real; %パラメータを定義
SL=[[1 j*2*pi*F*Ls];[0 1]]; %直列 L の ABCD 行列
SC=[[1 1/(j*2*pi*F*Cs)];[0 1]]; %直列 C の ABCD 行列
PC=[[1 0];[j*2*pi*F*Cp 1]]; %並列 C の ABCD 行列
PL=[[1 0];[1/(j*2*pi*F*Lp) 1]]; %並列 L の ABCD 行列

% 3次チェビシェフ原型 LPF フィルタの g (式(11))
n = 3; g0 = 1.0; g(n+1) = 1.0;
be = log(coth(LAr/17.37)); ga = sinh(be/(2*n))
g(1) = 2/ga*sin(pi/(2*n))
for i = 2:n
g(i) = 1 / g(i-1) * 4 * sin((2 * i - 1) * pi / (2*n)) * sin((2 *
i - 3) * pi / (2*n)) / (ga^2 + sin(((i-1) * pi) / n)^2)
endfor

si0 = Z0 * g0; % γ0 (表2)
    
```

図 10 周波数変換を用いて設計した 3 次チェビシェフ形 BPF の構造と周波数特性

%以下, インピーダンススケーリングと周波数変換を用いて BPF の回路素子値を計算する

LLs(1) = Wc/(FBW*w0)*si0*g(1) % nH (表2)

CCs(1) = FBW/(Wc*w0)/(si0*g(1))*1e3 % pF (表2)

CCp(1) = Wc/(FBW*w0)*g(2)/si0*1e3 % pF (表2)

LLp(1) = FBW/(Wc*w0)*(si0/g(2)) % nH (表2)

%全体の ABCD 行列を計算し, S パラメータを計算

ZL = 1/g(n+1)*si0

mg1 = subs(SL, {Ls}, {LLs(1)});

mg2 = subs(SC, {Cs}, {CCs(1)/1e3});

mg3 = subs(PL, {Lp}, {LLp(1)});

mg4 = subs(PC, {Cp}, {CCp(1)/1e3});

mg5 = subs(SL, {Ls}, {LLs(1)});

mg6 = subs(SC, {Cs}, {CCs(1)/1e3});

Fa = (mg1*mg2*mg3*mg4*mg5*mg6);

S21=2*(Fa(1,1)*Fa(2,2)-

Fa(1,2)*Fa(2,1))/(ZL/Z0)^0.5*Fa(1,1)+Fa(1,2)/(ZL*Z0)

^0.5+(ZL*Z0)^0.5*Fa(2,1)+Fa(2,2)/(Z0/ZL)^0.5);

S11 = (1-abs(S21)^2)^0.5; %式(16)

figure(2) %作図

ezplot(20*log10(abs(S11)),1000); hold on;

ezplot(20*log10(abs(S21)),1000)

axis([0 5 -60 0]); title('')

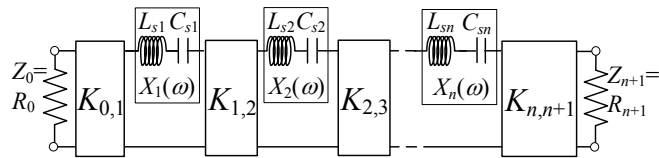
xlabel('Frequency(GHz)'); ylabel('|S21|&|S11|(dB)')

legend('S21','S11'); legend('Location','northeast')

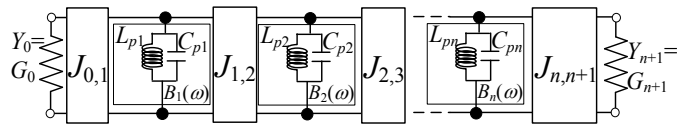
%-----

3.4 K-/J-インバータを用いた BPF の設計式

LPF から BPF への回路素子変換関係を図 7(a)に示した K-インバータと直列 L を用いた変形原型 LPF に適用すると, 図 11(a)のような K-インバータと直列 LC 共振器を用いた BPF が得られ, 第 i 番目の共振器の L と C の設計式は式(24)で与えられる。



(a) K-インバータと直列 LC 共振器による BPF



(b) J-インバータと並列 LC 共振器による BPF

図 11 K-/J-インバータと LC 共振器を用いた BPF

$$L_{si} = \frac{\Omega_c}{FBW \omega_0} L_{ai}, C_{si} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{si}}, \quad i=1, \dots, n-1 \quad (24)$$

ここで, $\gamma_0=1$, R_0 , R_{n+1} , $L_{si}(i=1, \dots, n)$ は自由に選べられる。

第 i 番目の共振器のリアクタンス $X(\omega)$ は以下に導出される。

$$X(\omega) = \omega L_{si} - \frac{1}{\omega C_{si}} \quad (25)$$

リアクタンススロープパラメータ (reactance slope parameter) を以下に定義すると式(26)が得られる。

$$\begin{aligned} \chi_i &= \frac{\omega_0}{2} \frac{dX(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0}{2} \left(L_{si} + \frac{1}{\omega^2 C_{si}} \right) \Big|_{\omega=\omega_0} \\ &= \frac{\omega_0 L_{si}}{2} \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \Big|_{\omega=\omega_0} = \omega_0 L_{si} = \frac{1}{\omega_0 C_{si}} \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)を式(18)に代入すると, K_{ij} は以下の式になる。

$$\begin{aligned} K_{0,1} &= \sqrt{\frac{R_0 FBW \chi_1}{\Omega_c g_0 g_1}}, \quad K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{FBW \chi_n R_{n+1}}{\Omega_c g_n g_{n+1}}} \\ K_{i,i+1} &= \frac{FBW}{\Omega_c} \sqrt{\frac{\chi_i \chi_{i+1}}{g_i g_{i+1}}}, \quad i=1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (27)$$

ここで, $\gamma_0=1$, R_0 , R_{n+1} , $\chi_i(i=1, \dots, n)$ の値は任意である。

同様に, 図 7(b)に示した J-インバータと並列 C を用いた変形原型 LPF に適用すると, 図 11(b)のような J-インバータと直列 LC 並列共振器を用いた BPF が得られ, 各回路素子の設計式が以下に与えられる。

$$\begin{aligned} C_{pi} &= \frac{\Omega_c}{FBW \omega_0} C_{ai}, L_{pi} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{pi}}, \quad i=1, \dots, n-1 \\ J_{0,1} &= \sqrt{\frac{G_0 FBW \beta_1}{\Omega_c g_0 g_1}}, \quad J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{FBW \beta_n G_{n+1}}{\Omega_c g_n g_{n+1}}} \\ J_{i,i+1} &= \frac{FBW}{\Omega_c} \sqrt{\frac{\beta_i \beta_{i+1}}{g_i g_{i+1}}}, \quad i=1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (28)$$

ここで, $\gamma_0=1$, G_0 , G_{n+1} , $\beta_i(i=1, \dots, n)$ の値は任意である。

3.5 共振器直結形 BPF のモデリングと設計

前述したように, マイクロ波フィルタを実現するために, 分布定数伝送線路や共振器で集中定数回路素子を近似する必要がある。そのため, 回路の等価変換により, 図 11 の回路を共振周波数 f_0 , 共振器間の結合係数 k_{ij} 及び外部 Q 値 (Q_e) を用いた分布定数フィルタでも利用しやすいより汎用性の高いフィルタ回路に変換する。図 12(a)に結合共振器と K-インバータの等価変換, 図 12(b)に K-インバータを含めた励振部の等価回路を示す。さらに, 図 12(a)(b)の等価変換

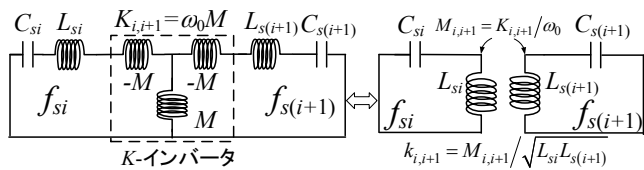
を図 11(a)の等価回路へ適用すると、図 12(c)のフィルタ回路が得られる。設計式は式(29)で与えられる。

$$k_{i,i+1} = \frac{M_{i,i+1}}{\sqrt{L_{si}L_{s(i+1)}}} = \frac{K_{i,i+1}}{\omega_0 \sqrt{L_{si}L_{s(i+1)}}}$$

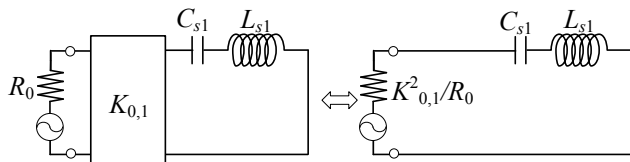
$$= \frac{FBW}{\Omega_c} \sqrt{\frac{\chi_i \chi_{i+1}}{g_n g_{n+1}}} \frac{1}{\omega_0 \sqrt{L_{si}L_{s(i+1)}}} = \frac{FBW}{\Omega_c} \frac{1}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad (29)$$

$$Q_{es} = \frac{\omega_0 L_{s1}}{K_{01}^2 / R_s} = \frac{\omega_0 L_{s1} R_s}{K_{01}^2} = \frac{\Omega_c}{FBW} g_0 g_1,$$

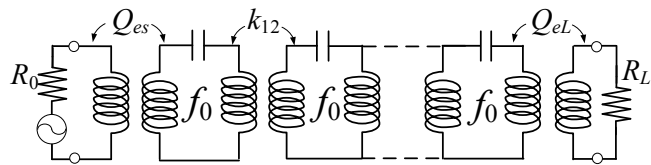
$$Q_{eL} = \frac{\Omega_c}{FBW} g_n g_{n+1}, \quad \Omega_c = 1, \quad i = 1, \dots, n-1$$



(a) 結合直列共振器回路と K-インバータの等価変換



(b) 直列共振器励振回路の等価回路



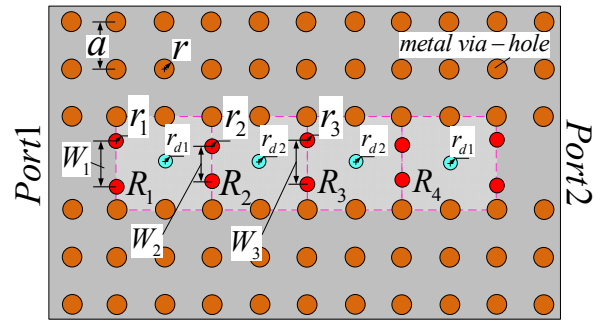
(c) f_0, Q_e, k_{ij} を用いた共振器直結型 BPF 図

図 12 マイクロ波共振器直結型 BPF のモデリング

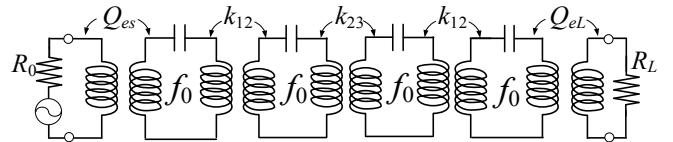
図 12 と式(29)から、直結形フィルタを構成するすべての共振器の共振周波数 f_0 がフィルタの中心周波数と等しいため、共振器間の結合係数 k_{ij} 及び入出力ポート側の外部 Q 値 Q_{es} と Q_{eL} さえ決まっていれば、フィルタの周波数特性 (S パラメータ) が決まること分かる。言い換えると、フィルタを設計する際に、中心周波数 f_0 , 間結合係数 k_{ij} , 外部 Q 値 Q_{es} と Q_{eL} よりフィルタの構造が決められる。この共振器は任意であり、構造などの制限は特になく。また、図 12 に示したフィルタ回路は、結合部分を磁気結合に仮定して導出したものであるが、電気結合、ミックス結合にしても、等価回路は同じであることに注意する。

4. 直結型 BPF の設計例^[6]

先述したように、図 12 に示したフィルタの等価回



(a) フィルタの構造



(b) (a) のフィルタの等価回路

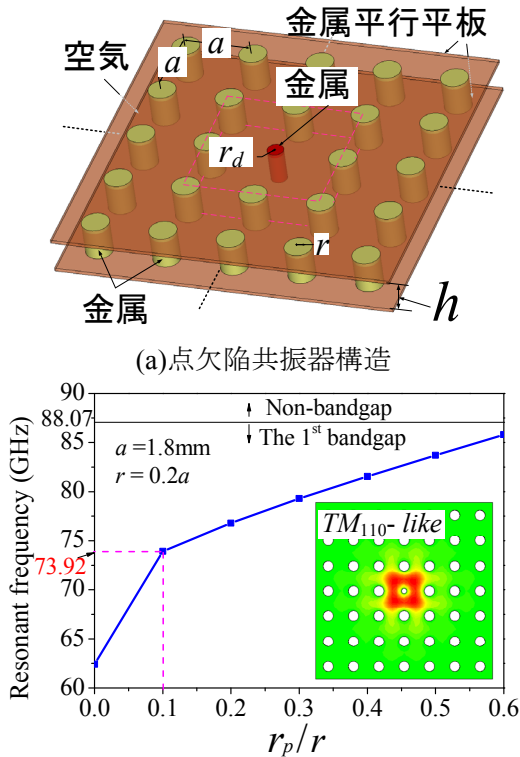
図 13 金属フォトニック結晶点欠陥共振器を用いた 4 段直結形 BPF

路を実現する際に、共振器のタイプなどと無関係なので、ここで、図 13(a)に示す金属フォトニック結晶 (平行平板メタル導波路中に半径 r の円柱構造を動作波長程度のスケールで周期的に配置した無限格子構造) 線欠陥導波路に 4 つの点欠陥共振器を一直線に配置した 4 次チェビシェフ直結型 BPF を例として、マイクロ波フィルタ設計の具体的な流れを説明する。フィルタの等価回路は図 13(b)に示す。ここで、用いられる点欠陥共振器を図 14(a)に示す。空气中に金属円柱を周期的に配置した平行平板 M-PhC 点欠陥共振器の中央に半径 r_d の金属円柱を挿入することにより、共振器を構成されている。

ステップ 1. フィルタの仕様 (中心周波数: f_0 : 73.95GHz, 比帯域幅: 2.3%, 帯域内リプル $L_{Ar} = 0.4576$ dB (反射損失=10dB)) を満たすフィルタの外部 Q_e と各共振器間の結合係数 k_{ij} を式(29)により算出される。ここで、偶数次のチェビシェフ BPF を設計のため、式(29)の g_i は式(23)で計算される a_i に置き換える。3.3.2 節で説明した Octave のプログラム (Che_4_section_para.m) により、 $a_1=1.627, a_2=0.701, a_3=2.796$, さらに、 $k_{12}=k_{34}=0.0215, k_{23}=0.0164, Q_e=70.7$ と算出できる。

ステップ 2. 図 14(a)に示す共振器のモノポールモードの共振周波数が 75GHz 近傍となるように周期は $a = 1.8$ mm, 金属円柱の半径は $r = 0.2a = 0.36$ mm とする。さらに、図 14 より、共振器の共振周波数が 73.95GHz になるように、中央の金属の半径 r_p の初期値を $0.1r$ と決定される。

ステップ 3. 2 つのポートと最初と最後の共振器間



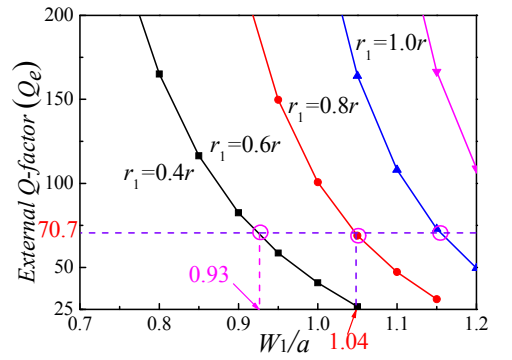
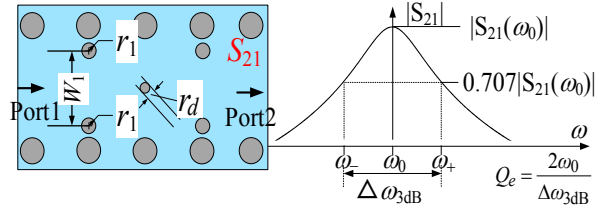
(b) 金属円柱装荷点欠陥共振器のモノポールモードの共振周波数

図 14 中央金属円柱を装荷した点欠陥共振器

の結合窓のパラメータ（金属円柱の半径と2つの円柱の間の距離）の初期値を決定するために、外部 Q と結合窓パラメータとの関係図を“Doubly-Loaded-Resonator Method”あるいは“Singly-Loaded-Resonator Method”^[12]により先に計算しておく必要がある。図 15(a)に“Doubly-Loaded-Resonator Method”を示す。共振器の透過係数 S_{21} より、外部 Q を求められる。計算結果を図 15(b)に与える。つぎに、 $Q_e = 70.7$ より、 $r_1 = 0.6r$ を選ぶと、図 15 より、 W_1 の初期値は $1.04a$ となる（図 15(b)に示したように、結合窓パラメータは一意的に決まるものではなく、例えば、もし、 $r_1 = 0.4r$ を選ぶと、 W_1 の初期値は 0.93 となる。）。

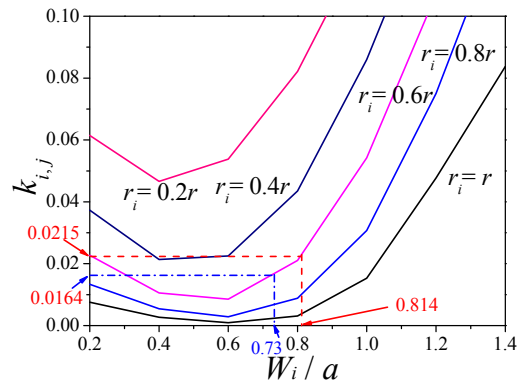
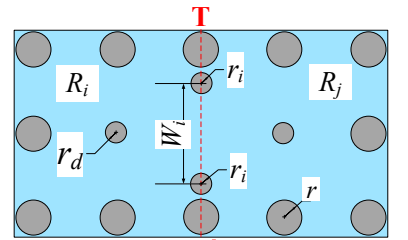
ステップ4. 同様に、隣接した共振器間の結合窓のパラメータ（金属円柱の半径と2つの円柱の間の距離）を決定するために、隣接した共振器間の結合係数 k_{ij} と結合窓パラメータとの関係図を先に算出し、図 16(b)に示す。この偶-奇モード共振周波数 f_e と f_m はそれぞれ図 16(a)に示した共振器モデルの対称面 T-T' を電気壁と磁気壁にした場合の共振周波数である。さらに、結合係数 ($k_{12}=0.0215$ と $k_{23}=0.0164$) より結合窓のパラメータ（初期値）を読み取り、表3にまとめている。

ステップ5. ステップ1~4の合成理論で求められたフ



(b) 外部 Q_e と結合窓パラメータの関係図

図 15 外部 Q_e と結合窓パラメータ ($r_d = 0.1r$).



(b) 結合係数 k_{ij} と結合窓パラメータとの関係図

図 16 結合係数 k_{ij} と結合窓パラメータ ($r_d = 0.1r$)

ィルタの寸法値を初期値とし、CST^[8]を用いて、フィルタの構造パラメータを最適化する。最適化したの

表3 最適化されたパラメータと合成理論によるパラメータの比較($a = 1.8\text{mm}$; $r = 0.2a$, $h = 0.4a$).

	W_1	r_1	W_2	r_2	W_3	r_3	r_{d1}	r_{d2}
Inial.	$1.04a$	$0.6r$	$0.81a$	$0.6r$	$0.73a$	$0.6r$	$0.1r$	$0.1r$
Opt.	$1.03a$	$0.63r$	$0.81a$	$0.62r$	$0.75a$	$0.61r$	$0.14r$	$0.09r$

フィルタのパラメータを表 3 に示し、周波数特性を図 17 に示し、理論周波数特性と比較する。最適化されたパラメータと初期値の差は小さく、通過帯域内における周波数特性のシミュレーション結果と理論結果が良く一致することにより、設計手法の有効性が確かめられている。

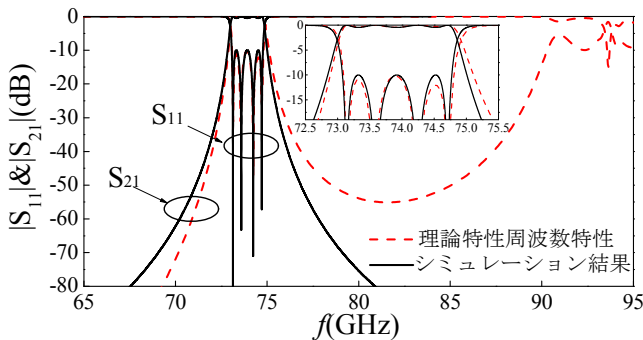


図 17 図 13(a)に示したフィルタの周波数特性

5. まとめ

入門講座として、マイクロ波フィルタの基礎設計理論を詳しく解説した。集中定数 (L , C) はしご型原型 LPF フィルタ回路からマイクロ波フィルタの設計に利用しやすい共振器直結形 BPF モデルを導出し、設計例を用いてフィルタ設計の流れを説明した。特に、偶数次のチェビシェフ LPF の係数の厳密な合成方法説明し、設計式を導出した。分かりやすいように、本講座での方程式の誘導や、グラフの作成などは Matlab と互換性のある無料の科学計算用ソフトウェア Octave で行い、フィルタの理論合成に用いられるプログラムの組み方を紹介した。

紙面の都合上、楕円フィルタの設計理論や、近年脚光を浴びている超広帯域フィルタ、マルチバンドフィルタ、バランスフィルタなどのフィルタの設計理論の紹介が出来なかったが、多くの文献をご参照いただければと思う。

付録：GNU Octave (+symbolic package)のインストール手順 (octave-4.4.1+ symbolic 2.7.0) [9]

GNU Octave は、MATLAB とほぼ互換性のある数値実験を行うためのプログラミング言語として使用することができる。GNU/Linux, macOS, BSD, Windows システムで実行することができるが、紙面

の都合、ここで、Octave の Windows への install 手順を紹介する。

- 以下の GNU Octave のホームページより、Windows 版 Octave-4.4.1 をダウンロードし、インストールする。<https://www.gnu.org/software/octave/download.html>
 - 「Symbolic package」のインストール
 - 以下の URL から、Python の installer の”Anaconda 5.2 For Windows Installer”をダウンロードし、インストールする。<https://www.anaconda.com/download/>
 - ホームページから、Python 3.7.0 をダウンロードし、インストールする。<https://www.python.org/downloads/>
 - Octave を立ち上げ、以下のコマンドを入力
`pkg install -forge symbolic`
`setenv PYTHON /anaconda3/bin/python/`
 - 「Symbolic」の起動：以下のコマンドを入力
`pkg load symbolic`
 - 「Symbolic」の確認：以下のコマンドを入力
`sympref diagnose`
- 画面に出た最後の文書が “Your kit looks good for running the Symbolic package. Happy hacking!” であれば、インストールが成功である。

文 献

- G.L. Matthaei, L. Young, E.M.T. Jones, "Microwave filters impedance-matching networks and coupling structures" in, New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1964.
- J.-S. Hong, M.J. Lancaster, "Microstrip Filters for RF/Microwave Applications" in, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- 小林 禱夫, 古神 義則, 鈴木 康夫, マイクロ波誘電体フィルタ, (社) 電子情報通信学会, 東京, 2007
- 馬, “マイクロ波フィルタ設計の基礎と実践”, 2011 Microwave Workshop & Exhibition (MWE2011)基礎講座 2, 2001.
- D. M. Pozar, “Microwave Engineering”, 4th Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 2011.
- R.J. Cameron, “Advanced coupling matrix synthesis techniques for microwave filters,” IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.51, no.1, pp.1-10, Jan. 2003.
- C.-P. Chen, K. Kanazawa, Z. Zhang and T. Anada, “Application of Novel Metallic PhC Resonators in Theoretical Design of THz BPFs”, IEICE, Trans. Electron., Vol.E101-C, No.8, pp.655-659, Aug. 2018.
- CSTMicrowave Studio. ver. 2018, CST, Framingham, MA, USA, 2018.
- GNU Octave のオンライン・マニュアル (英語), <https://octave.org/doc/interpreter/index.html>
(旧版 2.1.x の日本語訳, <http://www.obihiro.ac.jp/~suzukim/masuda/octave/html/>)

著者紹介

陳 春平：神奈川大学電気電子情報工学科，准教授，メールアドレス：chen@kanagawa-u.ac.jp