

# 高周波・マイクロ波回路の発見的な観点

## A Heuristic Point of View of Microwave Circuits

中島将光 Masamitsu NAKAJIMA

野村電子技術研究所 Nomura Semiconductor Technology Inc.

〒604-0022 京都市中京区室町通御池上ル御池之町 314

〒408-0044 山梨県北巨摩郡小淵沢町 7957

電話・FAX : 0551-36-5532、 E-mail : nakajima-m@dab.hi-ho.ne.jp

### Abstract

The microwave technology has been developed in a basically different way from the conventional electronic circuit technology. As the scale of integration and the miniaturization of LSI is enhanced, however, the frequency range has come to overlap between the two technologies, suggesting that the both should be united to find a new road to a higher stage. With this trend, this paper presents some fundamental considerations to provide a bridge between the two technologies.

### 1 まえがき

電子機器の組立に結線図が使われる。取り扱う周波数が低い場合は、 $L$ ,  $C$ ,  $R$  などの電気・電子素子を結線図通りに配線すれば、数値の誤差が大きい限り、電子機器は必ず動作する(と言ってよい)。ところが、周波数が高くなると、結線図の通りに素子を配線しても(理論通りに)動作しない事がしばしばある。主な原因は、配線が結線図に示されたように理想的なものではなく、導線自身がインダクタンスを持ち、配線と配線あるいは接地との間に浮遊容量を持つからである。つまり、実際に組み立てられた回路は、結線図の回路とは異なるからである。そこで、それを避けるために、結線が出来る限り短くなるように部品を配置し、適切なレイアウトが工夫される。しかしながら、諸種の理由で配線を短く出来ない場合があり、その時は、配線や接地線に電流がどのように流れるかななどを予測しながら配線しなければならない。電子機器が高周波化されつつある現代、結線図には表現されない部分を如何に考えるかはハイテクの大事な要素でもある。このような技術を習得するには、高周波ないしマイクロ波回路技術の学習と経験が必要であって、簡単な理論で講述する訳には行かないが、そのような事情を念頭において、通常の電子回路からマイクロ波回路への基礎的な講究をおこなう。

### 2 集中定数回路 — 電気回路理論において

エネルギーは保存されないか？

低周波回路から考える。低周波とは、波長に比べて素子の大きさが無視できるという意味で、集中定数回路と言い換えてよい。これが通常の電子回路であるが、予め注意すべき点を指摘しておく。電子回路図つまり結線図は平面上に描かれるが、本質的に言って、回路図の広がりや実物の電子機器回路の空間的な大きさは直接の関係はない。建物の設計図に縮尺度は必須であるが、結線図は、電子素子の結合関係を示すだけであって、空間的な形状とか尺度は意味を持っていない。しかしながら、従来、この点が曖昧になっており、概念的な混乱があるように見える。次の問題から考える。

<Two-Capacitor Problem> 計算してみれば分かるが、異なった電圧に充電された2つの容量を導線で短絡すると、短絡後、全体として電気エネルギーが減少する。この現象は古くから知られて居り、その原因は回路に含まれる損失や電磁波の放射であると考えられている。そして、最近に至るもエネルギー損失のメカニズムの詳細な解析がなされている[1]。そのような論文自身がコメントするように、問題はそれで解決された訳ではない。

上述のようなエネルギー非保存性は容量の短絡

に限らず、電流が流れているインダクタンスを突然遮断するような場合にも生ずる。

事柄の本質を捉えるべく、図1に示すように理

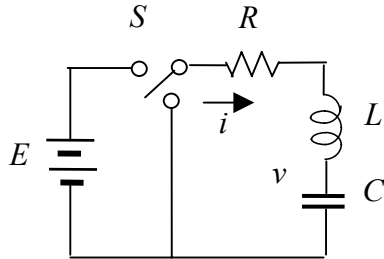


図1 容量の充電

想的な電圧源  $E$  から抵抗  $R$  とインダクタンス  $L$  を介して容量  $C$  を充電する回路を考える。回路に流れる電流を  $i$ 、容量  $C$  の端子間の電圧を  $v$  とおけば、つぎの微分方程式が成立する。

$$E = Ri + L di/dt + v,$$

$$i = C dv/dt \quad (1)$$

最初スイッチ  $S$  を下に倒した状態では、容量  $C$  に電荷はなく、その両端の電圧  $v$  も零である。この条件でスイッチを上投入した後の回路状態を求める。

まず、インダクタンス  $L$  がなく抵抗  $R$  だけが存在する場合を考える。 $L = 0$  において上の微分方程式を解くと、容量の両端の電圧は

$$v = E(1 - e^{-t/CR})$$

すなわち、容量は時間と共に電源電圧  $E$  にまで充電される。そのとき、容量に蓄えられたエネルギーは  $CE^2/2$  に等しいが、電源から回路に供給された電気エネルギーを計算してみると  $\int E i dt = CE^2$ 。この結果から  $CE^2/2$  だけエネルギーが減少している事が分かる。言うまでもなく、減少したエネルギーは抵抗  $R$  に消費されたものである。けれども、減少エネルギー量  $CE^2/2$  は抵抗  $R$  の値に全く無関係である。そこで、 $R$  を限りなく小さくして零にする。電気回路の常識では、これが短絡状態であると考えられている。抵抗が零であるならば エネルギーは消費されないの、パラドクスである。

この原因は、現実には抵抗のない回路は存在しないとか、たとえ超伝導のような抵抗零の回路が存在したとしても、回路がループ・アンテナとなっ

たり、コンデンサー自身がダイポール・アンテナになってエネルギーが外部へ散逸するとして、一応解決されているかのように見える。しかし、それでも疑問は残るとして、上述のように今だに議論が続いている。この問題の真の解決は、電気回路理論の本質的な理解とその正しい適用にある。

それを説明するために、同図の回路において抵抗  $R$  がなくてインダクタンス  $L$  が存在する場合を考える。 $R = 0$  において微分方程式 (1) を解くと

$$v = E(1 - \cos \omega t)$$

を得る。ここに  $\omega = (LC)^{-1/2}$  である。この場合は、容量  $C$  の電圧  $v$  は一定の振幅で永久に振動を続ける。すなわち、純粋の電気回路理論として計算する限り、電源から  $LC$  回路へ電気エネルギーが入ったり出たりするだけであって、全体としてエネルギーは決して失われない。この回路状態でインダクタンス  $L$  を限りなく小さくすれば、やはりそれも短絡状態であって、電圧  $v$  は、激しく振動し、先程の抵抗  $R \rightarrow 0$  の場合と異なって一定値に収束しない。この事実から、常識的に「短絡」と言っても意味が異なる事に注意しなければならない。

ここで、電気回路理論の基礎について再確認する必要がある。同理論における基本構成素子は、 $L$  (および  $M$ )、 $C$ 、 $R$  と電源 (理想電圧および電流源) であって、これらは実際に単独では存在しないが、現実から抽象された純粋な素子として実際の回路を記述するに必要で十分な基本要素である。現実の回路は、これらを適当に組み合わせたものとして表現されるのであって、論理的に正しい結線を行う限りパラドクスは生じない。パラドクス (エネルギー非保存など) が生じるのは、不合理な結線を行うからである。不合理な結線とは、例えば、電圧の異なる理想電圧源を並列に繋ぐとか、電流の異なる理想電流源を直列に繋ぐような事である。分かり易く言えば  $1V = 2V$  とおくようなものであって、異なる電圧に充電された2つの容量を短絡させる事もこの部類に入る。

ここで、結線あるいは配線の意味を明確化しておく。そもそも、電気回路理論における  $L$ 、 $C$ 、 $R$  などの素子は、電気的な大きさ (値) が決められているが、そこには空間的な大きさの概念はない。結線図は各素子がどのように繋がっているかを示すのが目的であって、回路理論としては空間的な広がり、すなわち配線の長さは問題でない。回路解析の基本的なソフトとしての回路シミュレータ

(SPICE) を思い浮かべてみれば解り易い。回路シミュレータは素子の結合関係を記述する一連の論理(ネットリスト)であって、現実の空間とは無関係である。つまり、ネットリストとは、ある電子素子がどのノードに繋がっているかを記述する一続きの表式であって、配線の長さなる記述はない。換言すれば、与えられた回路が現実をどれだけ反映するか否かに関係なく、回路として論理的な矛盾がなければ、シミュレータは何らかの結果を出す。逆に、回路に矛盾や論理的不整合があれば、シミュレータは正当に働かない。電圧の異なる理想電圧源や容量を並列接続する回路構成になっておれば、正しい回路方程式が記述できないために、シミュレータはエラーを出すか、動作を停止する<sup>1</sup>。

上の説明を念頭において、先述の理想電圧源と容量の並列接続に対する解答を与えよう。並列接続とは、常識的には2つの容量を単に抵抗のない導線で繋ぐ事だと解されている。しかし、回路理論的に言えば、抵抗は勿論のことインダクタンスもない「長さ零の導線」で結ぶ事であって、それは抵抗の小さい極限でもなければインダクタンスの小さい極限でもない。先の計算結果とその説明から推察されるように、理想的あるいは理論的な並列接続をしたものとすれば、容量の両端の電圧は一定値に収束するとは限らず、不定だと言わざるを得ない。それは自己矛盾を犯した回路構成だからである。つまり、このような誤った回路は考えるべきでない。

ところが、実際の回路においては配線などに必ず損失が伴うので、理論の不都合はマスクされてしまう。そのために、理論と実際とが混同されて、問題の所在が不明確になっている。以下に実例を挙げて明確化する。

<スイッチト・キャパシタ> 図2に示すように、周期的に切り替わるスイッチと容量を組み合わせた switched capacitor は集積回路において高抵抗の実現のために使われる。

スイッチ S が左に倒されると  $Cv_i$  なる電荷が容量 C に蓄えられ、右に倒されると蓄えられた電荷が  $q = C(v_i - v_o)$  だけ右の回路に移動する。

すなわち、スイッチの切り替え周期を  $T$  とすれば、平均として  $i = q/T$  なる電流が左から右に流

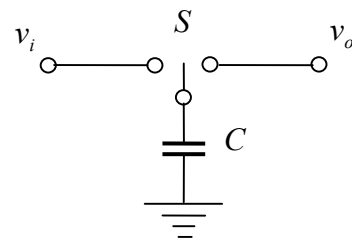


図2 スイッチト・キャパシタ

れた事になる。つまり、入出力間に  $R = (v_i - v_o) / i = T/C$  なる抵抗が挿入されたと等価になる。この回路の何処にも抵抗が見えないのに、抵抗 R が現れ、その値は C と T だけで決まる。不思議と言えば不思議である。が、先に説明したように、現実の回路は決して無損失ではないので、回路に潜む零でない抵抗にエネルギーが消費されるのである。具体的に言えば、「 $Cv_i$  なる電荷が容量に蓄えられる」とか「電荷 q が右の回路に移動する」との言明は、回路に零でない抵抗が存在する事を前提として始めて可能なのである。抵抗は小さいほど実用的に好ましいが、回路図通り完全に抵抗零とするのは不合理である<sup>2</sup>。

断っておくが、抵抗零とおく事が常に不合理だと言っている訳ではない。

<CMOS トランジスタ> CMOS とは、図3に示すように、互いに相補的な FET を一方がオン状態のとき他方がオフ状態となるように直列接続した一対のトランジスタであって、ゲート入力電圧が大きいとき切り替えスイッチとして動作する。特にデジタル回路において消費電力が小さい利点を持つ故に賞用される。スイッチ動作が理想的で、負荷あるいは次段の入力インピーダンスが高ければ、本質的に消費電力は零であるが、負荷に容量があると FET 自身 無損失で動作しても電力が消費される。すなわち、等価的に  $T/C = 1/fC$  なる抵抗が電源 (+) (-) の両端に挿入されるので、

<sup>2</sup> 参考のために Two-Capacitor Problem について補説する。同じ値の2つの容量を導線で繋ぐ時、導線は抵抗のみでインダクタンスがないならば、電圧の高い方から低い方へ電荷が単調に流れ、両容量の電圧が等しくなると流れは止む。このようにして両容量の電荷は最終的に等しくなる。しかし、導線にインダクタンスがあれば、必ずしも電圧の高い方から低い方へ電荷が移動するとは限らない事に留意すべきである。何れにしても、最終的に両電荷が等しくなるならば、それは微小なりとも抵抗がある事を意味する。

<sup>1</sup> 通常のシミュレータにおいては、(理想)電圧源であっても僅かな内部抵抗が加味され、回路的な不都合が起こらないように工夫されているようである。このように親切な(?)シミュレータでは、計算を停止する事なく適当な答えを出す。そのようなシミュレータは、実用的に便利かも知れないが、本質を理解するには立ち入った吟味を必要とする。

容量  $C$  がある限り それだけの損失が生じる。従って、容量  $C$  は出来る限り小さくなるように

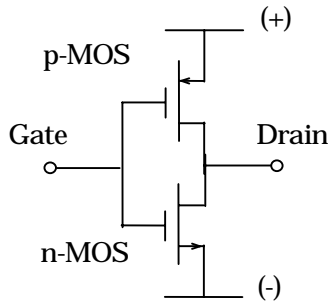


図3 CMOS トランジスタ

設計されるべきである。そのように設計された CMOS は優れた性能を有するので、高い周波数への応用が期待されている[3]。

<スイッチング DC-AC 変換器> 図1の回路においてスイッチを一定の周期で切り替えると、効率のよい DC-AC 変換器が構成される。スイッチ  $S$  より左側は電圧  $e = E$  と  $0$  とを周期的に繰り返す方形電圧波であって、右側は  $Q$  値の高い同調回路であると仮定すれば、回路には同調周波数の高周波のみが流れる。この回路には論理的な違反はなく  $R$  以外に損失がないので、抵抗  $R$  に流入した電気エネルギーは電源から回路に流入したエネルギーそのものに等しい筈である。上に述べた論理違反のスイッチ回路と異なり、回路の無損失性は計算を俟たずに結論されるのであるが、念のために証明しよう。

スイッチが左側に閉じている期間を、高周波1周期  $\omega t = 2\pi$  中の  $2\theta$  区間であるとすれば、入力電圧方形波は

$$e(t) = E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin n\theta}{n\pi} \cos \omega t$$

と表わされる。 $Q$  が高ければ、回路には基本波 ( $n=1$ ) の電流

$$i(t) = \frac{E}{R} \frac{2 \sin \theta}{\pi} \cos \omega t$$

のみが流れるので、負荷  $R$  に消費される電力は

$$P_1 = \frac{1}{2} R \left( \frac{E}{R} \frac{2 \sin \theta}{\pi} \right)^2$$

である。一方、電源から流入する平均直流電力は

$$P_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta}^{\theta} E i(t) d\omega t = P_1$$

となる事が算出される。つまり、論理違反のない回路である故に、エネルギー保存則が満たされ、直流電流導通期間  $2\theta$  の長さの如何に拘わらず、常に効率 100% の DC-AC 変換器が得られる。なお、高周波出力電力は  $2\theta = \pi$  の時に最大になる事は  $P_1$  の表式を見れば分かる。

因みに、図1の回路においてスイッチがアースに対して短絡ではなく開放となっておれば、インダクタンスに流れる電流を突然に切る事となり、これは論理違反を犯した回路となる。実際的には、スイッチからアースに僅かな漏洩電流が流れるので、極端に低効率の DC-AC 変換器となる。

<D, E, F 級電力増幅器> 上述の事柄は、最近の移動通信などによく用いられる D 級電力増幅器の基本原理になっている。それは、図1の回路において、スイッチの下側端子を接地するのではなく、その代わりに  $-E$  の電源を繋ぎ、最大電力供給条件  $2\theta = \pi$  に設定して、正負対称の矩形波電圧を供給するようにした場合に相当する。すると、回路に流れる基本波の電圧と電流はそれぞれ2倍になるので、効率 100% で

$$4P_1(\pi) = 8E^2 / \pi^2 R$$

なる出力電力が得られる事が直ちに分かる。

上は理想的な場合であるが、実際問題としてスイッチングを FET によって行う場合は電極間 (ドレイン・ソース間) に容量が存在するので、それとスイッチとの間に論理的不整合が生じる。そして、それがエネルギー損失をもたらす効率を低下させる。図1の回路で言えば、スイッチの右端とアースとの間に容量が入り、スイッチが作動する度に充放電を繰り返すからである。

もし、スイッチが作動する際にスイッチの左側と右側の電圧が同電位になるように回路が調整されていれば (ex.  $1V = 1V$ )、論理的な不整合は起こらない。その場合は、スイッチに基づくエネルギー損失がなくなるので、電力効率は向上する。E 級ないし F 級電力増幅器は、このように考慮された回路であると言う事が出来る。

### 3 分布定数・マイクロ波回路への礎石

— 電磁界は決して止まらない

上に述べた低周波の集中定数回路から高周波の分

布定数ないしマイクロ波回路へ進むには電磁気の基本に遡る必要がある。電荷と電界および磁界から再出発する。

正の電荷と負の電荷は互いに引き合うので、目には見えないが、両電荷の間には何か力を伝える媒体(medium)があると想像するのは自然である。それを電界  $\mathbf{E}$  と名づける。 $\mathbf{E}$  は電荷(密度)  $\rho$  からあらゆる方向に出るべきであるから

$\rho = \text{div } \epsilon \mathbf{E}$  (Gauss) と書ける。そして、電荷の動きが電流なので

$$-\partial \rho / \partial t = \text{div } \mathbf{J} \quad (\text{balance})$$

が成立し、電流は、その周りに磁界を発生するので  $\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{H}$  (Ampere) と書ける。

式(balance)の左辺に式(Gauss)を代入し、右辺に式(Ampere)を代入すると

$$-\partial \text{div } \epsilon \mathbf{E} / \partial t = \text{div rot } \mathbf{H} \equiv 0$$

となる。つまり、電界  $\mathbf{E}$  は時間的に一定で変わらないと言う不合理な結果を得る。この不合理は、 $\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{H}$  の代わりに  $\text{rot } \mathbf{H} - \epsilon \mathbf{E} / \partial t$  と置き換えれば解消する。それは、上記の表現式を一見するだけで誰でも容易に発見できる。マクスウェルの頃は、便利なベクトル表現式がなかったので、この発見は非常に困難だったであろう。

新たに付け加えられた項  $-\partial \epsilon \mathbf{E} / \partial t$  は動的な性質を持つので、電磁波の存在を予見させる。詳しく調べると、静電界でさえ動的である事が示される[2]。判り易く言えば、静電界は静的ではなく定常的なのである。この事実から(周波数が高くなるほど)電磁エネルギーは外部空間に漏洩し易い事が感得される。

#### 4 電磁エネルギーの伝送

- 信号を伝える実体は電圧と電流 ?
- それとも電界と磁界 ?

衆知のように、電気回路の理論は電圧と電流を用いて記述されるが、マイクロ波理論の基本量は電界と磁界である。両者の関係を調べるために一つの伝送線路を考える。

<電圧電流と電界磁界との関係> 低周波領域では、図4に示すような伝送線路の左端に電源を接続すると、上方の導体の電位が高い時、上の導体に電流が右方向に流れ、右端に接続された負荷を貫通した電流は下の導体を通して電源に戻ると説明される。しかしながら、マイクロ波のような高い周波数では、この解釈は正しくない。それは、以下に説明する諸現象から納得されるであろう。

高周波では線路の長さが問題になる。線路の左

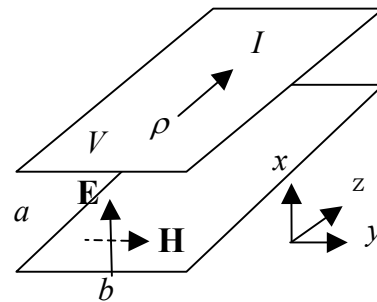


図4 基本伝送線路

端に電源を繋いだ瞬間に信号が右の負荷に到達しない筈であるから、その間に伝送線路に起こる現象を記述する必要がある。線路の左端に印加された電圧を  $V$  とし、上の導体に流入する電流を  $I$  とおく(下の導体に流れる電流は  $-I$ )。  $V$  および  $I$  は、(相対性理論により)光の速度で右方向に進むべきなので  $\exp j(\omega t - kz)$  なる因子をもつ。つまり、電源  $z = 0$  から  $z = l$  の位置にある負荷に電圧・電流が印加されるまでに時間が  $t = kz / \omega = l / c$  だけ経過する。低周波では、このような伝搬時間は問題でないが、例えば、最近の計算機は非常に高速化されているので、素子間の結合においてこの時間を考慮する必要が出て来ている。

このように、電流は直ちに負荷に流れるのではなく、光速で負荷に到達する。そればかりではなく、伝送線路に流れる電流は電子の流れによるのであって、その流れは光速よりはるかに遅い。簡単な計算で確かめられるが、導線内の電子の(平均)移動速度は蟻の歩く速さより小さい。それでは、例えば、コードの一端に電源を繋ぐと、他端に繋いだ電球が瞬時に点るのは何故かという疑問が生じるかも知れない。ある書物に書かれているが、水道の水が前方の水を押し流すように、導線内の電子も前方の電子を押し流れるのであろうか。そうではなく、線路の外側に光速で伝搬する電界・磁界によって誘導・加速されるのである。

<電磁界の振舞> つぎに、電磁界の振舞について調べる。導波電界は、導体の表面に垂直に入射するか垂直に射出する。導体表面から電界が出る時はそこに正電荷が存在し、入る時は負電荷が存在する。然れば、電界が入出する導体表面上にある電荷は電界と同じ速度すなわち光速で走る

であろう。相対論によれば、電子は光速では走れないので、その電荷は電子では有り得ない。また、光速で走る実体的な電荷は存在しないので、これはパラドクスのように見える。

それを解くために、図4に示すような理想的な平行平板伝送線を想定し、伝搬電磁界を

$$\mathbf{E} = \mathbf{x}E \exp j(\omega t - k z),$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{y}H \exp j(\omega t - k z)$$

と書き表わす。  $\mathbf{x}$  および  $\mathbf{y}$  は  $x$  軸および  $y$  軸方向の単位ベクトルである。そうすると、電界  $\mathbf{E}$  を射出する上側の導体表面に誘起される電荷の密度は  $\rho = -\epsilon E$  である。その誘導電荷が幅  $b$  の導体電極の表面を光速で走るとき、流れる電流は  $I = \rho bc = -\epsilon c E b$  に等しい。また、上下導体間の電位差 (電圧) は  $V = -E a$  なので、この電圧と電流によって運ばれる電力は  $\text{Re } V I^* = \epsilon c |E|^2 ab$  と表わされる。

一方、電界と磁界によって運ばれる電力は、ポインティング・ベクトルを用いて  $\text{Re } \mathbf{z} \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* ab = \eta |\mathbf{E}|^2 ab$  となる ( $\eta = \epsilon c$ )。すなわち、上のように  $\rho = -\epsilon E$  なる誘導電荷が光速で走ると見れば、伝送電力は  $V I^*$  から計算しても  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$  から求めても同一になる。なお、導体表面には磁界  $\mathbf{H}$  が存在するので、これから電流を求めても同一の電流値  $I = H b = \eta E b$  を得る。

上のような勘考によると、エネルギー伝送は電圧・電流を採っても電界・磁界をとっても変わらない。しかしながら、物理的に考えると、電圧・電流なる概念は便宜的なものであり、直流や低周波ではなくマイクロ波のような高い周波数では、電界および磁界がより本質的である事が次第に明らかになるであろう。電界  $\mathbf{E}$  によって導体の表面に誘起される上述の電荷  $\rho$  は定量的には厳密で把握し易いが、電子や陽子のような実体そのものではない。誘導電荷  $\rho$  は光速で走るが、電子は光速より非常に遅い。端的に言うならば、低周波的な電流は高周波では余り意味を持たない。また、電圧にしても高周波になるほど意味が薄れる。

<平面波のポテンシャル表示> それを明確にするために、伝搬平面波をポテンシャル表示してみる。結論的に述べると、互いに独立なポテンシャル表現形式は2種類ある。

第1種は、伝搬因子を除いて

$$V = V(x), \quad \mathbf{A} = \mathbf{z}A_z(x) = \mathbf{z}V(x)/c$$

とおく事である。4元表示すれば

$$A^\mu = (1, \mathbf{z}) V(x)/c$$

であって、 $V(x)$  は  $x$  の1次式である。定義式  $\mathbf{E} = -\text{grad } V - \partial \mathbf{A} / \partial t$  および  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$  を用いて、電界および磁界は、それぞれ

$$\mathbf{E} = -\mathbf{x} \partial V / \partial x$$

$$\mathbf{B} = -\mathbf{y} \partial A_z / \partial x = -\mathbf{y} c^{-1} \partial V / \partial x$$

となる事が確かめられる。このポテンシャル表現では、電磁界は、唯一つのスカラー・ポテンシャル  $V$  によって規定され、物理的に理解し易い。しかしながら、このスカラー・ポテンシャル  $V$  は、通常、我々が使う「電圧」とは少し意味が異なる。

「電圧」とは、ある点から他の点に至る電界を線積分した値であって、その値は積分経路によって変わらない。ところが、上のスカラー・ポテンシャルにおいては、波面に平行な面内において積分値の保存性は満たされるが、伝搬因子を含めるとき面内を逸脱すると保存性は成立しない。けれども、周波数が低いと波面に垂直方向の波の変化が緩やかになるので、保存性がよくなり、「電圧」の意味が出て来る。

ついでながら、このポテンシャル表示はローレンツ・ゲージ条件  $\text{div } \mathbf{A} + c^{-2} \partial V / \partial t = 0$  を満たす。

第2種のポテンシャル表現は

$$V = 0, \quad \mathbf{A} = \mathbf{x}A_x, \quad \text{or} \quad A^\mu = (0, \mathbf{x}A_x)$$

である。この表現によると、電磁界は

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{x}A_x, \quad \mathbf{H} = -jk \mathbf{y}A_x$$

と書き表わされる。なお、このポテンシャル表示は、ローレンツ・ゲージ条件  $\text{div } \mathbf{A} + c^{-2} \partial V / \partial t = 0$  およびクーロン・ゲージ条件  $\text{div } \mathbf{A} = 0$  の両方を満たしているので、物理、特に場の理論において殆ど専ら用いられる。しかし、このポテンシャル表示では、直流あるいは静電界  $\omega = 0$  では  $\mathbf{E} = 0$  となる上に、 $V = 0$  なので「電圧」なる概念は消失する。

簡単のために平面波の場合について考察したが、導波管内においては導波モードの断面内においても電圧は一義的に定義できない。これらの事実から推察されるように、周波数が高い場合は、電圧・電流の概念が曖昧になるので、マイクロ波回路において用いられるように、現象の理解や記述は電界・磁界によるべき事が結論される。電磁

界の振舞は、常識を超えたところがあるが、極めて合理的である。

## 5 回路網理論と電磁界理論との連携

このように、原則的には電磁界理論によるべきであるが、実際問題としては、回路網理論と電磁界理論は、それぞれに適した守備範囲があり、上手に使い分けるのが順当である。ところが、現在、両者の扱う周波数が接近あるいは重なり、両理論を融合すべき段階にあるとも言える。実際、それを感じさせる論文も現われている[4]。

そこで、次のように考えるのが自然であろう。すなわち、ベクトル量を扱う電磁界理論に較べて回路網理論は遙かに簡単なので、後者が適用できない領域でも適当な等価変換によって、回路網理論に帰着させる事が出来れば好都合である。回路網理論は、限界を持つてはいるが、正当に対処する限り矛盾のない理論であり、かつ、電磁界理論の一部でもある事から その可能性は首肯される。

前節において、伝送線路を電磁界理論的に扱ったが、回路網理論的には無限個の  $L$  と  $C$  の連結として表わす事が出来る。無限個の素子を扱うことは事実上できないが、周波数の範囲を限れば有限個の素子によって近似する事が出来る。

通常の配線も伝送線路の一種とみなされるが、その幾何学的形状を勘案して、自己インダクタンスと浮遊容量などを持つ導線と見みなすならば、回路網理論を自己無撞着に拡張できる事になる。

さらに、前述の容量を含むスイッチング回路において、回路論的に純粋な短絡であっても、実際的には長さのある導線で繋がれ、しかも、超伝導のように導線抵抗がない場合でも電磁放射が存在するので、現実的に損失は完全に零とならない。放射損失は、電磁界理論の範疇に入り回路網理論の範囲を超えた事象であるが、等価的に放射抵抗として回路網理論の中に組み入れる事が出来る。尤も、放射損失の大きさを知るには電磁界理論に依らなければならないが、ある程度の電磁界理論を棄えて居れば、煩雑な電磁界解析によらずとも適当な等価表現が可能になる。

なお、電磁界解析は、ベクトル量を扱わなければならない計算は概して煩雑であるが、計算機技術の進展に伴って多くの優れたソフトも開発されているので、それらは大いに助けになる。しかし、単なる計算機解析によるならば、結果を得ても現象の物理的意味を把握するのは難しい。そのよう

な場合は、電磁気の基本に立ち戻る事も大切であろう。それによって、複雑な計算を簡単化できるばかりではなく、計算精度を著しく高める事も不可能ではない。ついでながら、一つの例を次に示そう。

## 6 物理的な考察を援用した数値解析の例

レッヘル線やマイクロストリップは、構造が簡単な故に賞用されるが、開放線路であるために電磁界が線路周辺に広がり、エネルギーが漏洩し損失や干渉を起こし易い。それを防ぐために、同軸のような遮蔽線路が用いられる。ここでは、図5に示すようにレッヘル線を円筒形導体で被覆した線路を取りあげる<sup>3</sup>。このような線路の解析には、緩和法、モンテカルロ法、代用電荷法、有限要素法、境界要素法、FDTD 法などが用いられる。これらは概して長い計算時間を要するが、問題の物理的特質を利用すれば、短い計算時間でより高精度な結果が得られる。

空間中の座標  $(x_p, y_p)$  に正の線電荷  $+q$  があるとき、それによる電位は

$$v(x, y) = \frac{q/\epsilon}{2\pi} \ln \frac{1}{\sqrt{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2}} + c$$

と表わされる事を念頭において考えを進める。

<偏心同軸ケーブル> 手始めに、左側の内導体がない場合、すなわち内導体が偏った一本の同軸線路を考える。線電荷  $+q_j$  が右側の内導体  $a$  の断面における点  $(x_p, y_p) = (e_j, 0)$  にあり、これに対して線電荷  $-q_j$  が半径  $b$  なる遮蔽導体円筒  $b$  に関する鏡像の位置  $(b^2/e_j, 0)$  にあるものとする。このような鏡像関係にある  $+q_j$  および  $-q_j$  の幾つかの組をとるならば、任意の点の電位は

$$v(x, y) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_j \frac{1}{2} q_j \ln \frac{(x-b^2/e_j)^2 + y^2}{(x-e_j)^2 + y^2}$$

によって与えられるが、この  $v(x, y)$  は遮蔽導体円筒周上の電位を一定値  $v_b$  に保つ性質を有する(アポロニウスの円)。言い換えると、遮蔽導体円筒としての境界条件が必然的に満たされる。従って残る問題は、半径  $a$  の右側内導体の周上の境界条件を満たすべき事である。 $a$  の周上に幾つかの

<sup>3</sup> この解析は、ケイラボラトリー・小西良弘氏からの依頼によってなされた。

点 $(x_i, y_i)$  をとり、その境界条件を

$$v(x_i, y_i) = v_a$$

と書き表わす。この式を上での電位式に代入すると

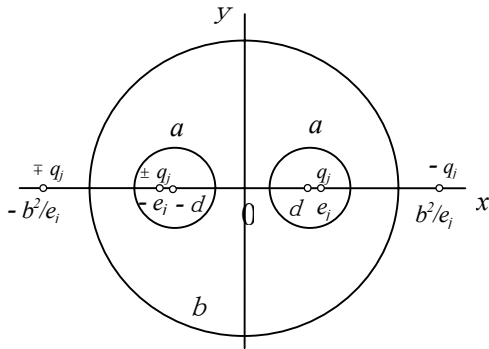


図5 遮蔽型2芯線路

$$2\pi\epsilon v_a = \sum_j G_{i,j} q_j$$

ここに

$$G_{i,j} = \frac{1}{2} q_j \ln \frac{(x_i - b^2/e_j)^2 + y_i^2}{(x_i - e_j)^2 + y_i^2}$$

である。上の式から電荷の組 $q_j$

$$[q] = 2\pi\epsilon [G]^{-1} [v_a]$$

を解く事が出来る。すると、偏軸ケーブルの単位長さ当たりの容量は

$$C = \left( \sum_j q_j \right) / (v_a - v_b)$$

によって与えられ、特性インピーダンスは $1/cC$ から求められる。

数値例として、 $b/a=2.3$ 、偏心率 $d=a/3$ の場合に2対(4個)の電荷を配置して計算を実行した。この場合、内導体の周上8点で境界条件を設定する事になる。誘電体がないとき $C=68.96 \text{ pF/m}$ を得た。厳密な値は $C_0=68.98 \text{ pF/m}$ であつて、誤差は0.03%である。配置電荷数をもう少し増やして5対とすると $C=68.98 \text{ pF/m}$ 、誤差は一億分の一以下である。アルゴリズムが簡単で、有限要素法などでは得られない高精度である。

<2芯ケーブル> 次に、左側の内導体も含めた遮蔽型2芯線路を考える。この線路には、左右の内導体と同電位の偶モードと逆電位の奇モードとがある。それぞれのモードに対して左の内導体に $\pm q_j$ と外部にその鏡像電荷 $\mp q_j$ を置けばよい。つまり、先の $G_{ij}$ に

$$\pm \frac{1}{2} q_j \ln \frac{(x_i + b^2/e_j)^2 + y_i^2}{(x_i + e_j)^2 + y_i^2}$$

なる項を付け加え、左側導体の境界条件も同様に考慮すればよい。

計算の精度を確認するために $a=1 \text{ mm}$ 、 $b=10 \text{ mm}$ 、 $d=1.36831 \text{ mm}$ と選び、20対の電荷を配置して奇モードの特性インピーダンスを計算したところ、10万分の1の精度で $50 \Omega$ を得た。なお、 $b$ を非常に大きくしたのは、遮蔽導体円筒の境界条件は厳密に満たされるので、内導体の境界条件の満足性を確かめるのが目的であつて、開放レッチェル線に近い場合を選定したのである。

ついでながら、この線路のプログラム(計算ソフト)は脚注<sup>4</sup>のホームページに置かれている。

## 7 あとがき

電子回路とマイクロ波回路とは質的に異なった手法で進展して来たが、LSIの高集積化に伴い両者が周波数的に接近し互いに融合されるべき段階に達している。このような状況に鑑み、回路と電磁気との根底を見直して両技術の関係を明らかにし、その橋渡しを講究した。併せて、回路に関する長年の懸案を解くと共に、物理的な考察に基づいて代数解析を加味する数値解析の新しい方法を提案した。

## 参考文献

- [1] 例えば T. C. Choy, "Capacitors can radiate: Further results for the two-capacitor problem", Am. J. Phys., vol.72, pp. 662-670 (May 2004).
- [2] 中島, "電磁現象の基本概念と電磁界の新しい性質", 電子情報通信学会, vol. J81-C-1, pp.494-506 (September 1998).
- [3] 例えば A.A. Abidi, "RF CMOS comes of age", IEEE J. Solid-State Circuits, vol.39, pp.549-561 (April 2004).
- [4] 例えば Y. Wang, D. Gope, V. Jandhyala and C-J.R. Shi, "Generalized Kirchoff's current and voltage law formulation for coupled circuit-electromagnetic simulation with surface integral equations", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol.52, pp. 1673-1682 (July 2004).

<sup>4</sup> 戸田実雄氏 ホームページ:

<http://www.h6.dion.ne.jp/~omegawks/index.htm>