# マイクロ波フィルタ設計の基礎

## Introduction to Microwave Filter Designs

鈴木　康夫
東京農工大学　工学部　電気電子工学科
Yasuo Suzuki
Faculty of Engineering, Department of Electrical and Electronics Engineering
Tokyo University of Agriculture and Technology
2 24 16 Naka-cho, Koganei-shi, 184-8588 Japan

**Abstract** A general technique for designing microwave coupled resonator filters is described, including basic concepts and theories that form the foundation for design of general RF/microwave filters. The topics will cover filter transfer function, lowpass prototype filter and element, frequency and element transformations, immittance inverters.

### 1. はじめに

無線通信の急速な普及に伴い、その使用周波数帯は GHz 帯へと拡大し、マイクロ波が一層身近なものになってきた。従って、マイクロ波フィルタ設計者の需要が今後益々高まることが予想される。

このような状況を踏まえ、本講座では、マイクロ波フィルタを設計する上での基礎理論についてまとめた。2 章と 3 章は、動作パラメータ法に基づく梯子形フィルタ回路の合成について述べる。4 章では、周波数変換により、LPF 回路から HPF、BPF、BRF 回路が合成できることを示す。更に５章では、無極タイプの梯子形回路構成の LPF および BPF がイミッタンスインバータを用いた回路構成で表されることを示す。6 章では更に、イミッタンスインバータを用いた BPF フィルタ回路が共振器直結形の回路構成に変換できることを示す。併せて、カノニカル結合を利用した楕円関数 BPF の合成法を概説する。6 章での変換により、マイクロ波フィルタの設計パラメータは $L$ 、$C$ 、$R$ に代わって、共振周波数、結合係数、外部Qの 3 種類となる。

### 2. 近似問題

近似問題では、まず理想低域通過特性を電気回路によって実現し得る電力透過係数で近似し、次いで近似された電力透過係数から電圧透過係数を導出する。

#### 2.1　理想低域通過フィルタの電圧透過係数と特性関数

理想低域通過フィルタに対する電圧透過係数は次式で定義される。

$$T\left(j\omega\right)=\begin{cases} e^{-j\kappa\frac{\omega}{\omega_c}} & :\left(0\le\dfrac{\left|\omega\right|}{\omega_c}\le 1\right) \\ 0 & :\left(1\le\dfrac{\left|\omega\right|}{\omega_c}\right)\end{cases} \tag{2.1}$$

ただし、$\kappa$ は定数、$\omega_c=2\pi f_c$ は遮断角周波数である。この場合、電力透過係数は下式に示す形で表すことができる。

$$\left|T\left(j\Omega\right)\right|^2=\frac{1}{1+H^2\Phi^2\left(\Omega\right)} \tag{2.2}$$

ただし、$\Omega$ は角周波数 $\omega$ を無次元量 $\varpi_c$ (一般に、遮断角周波数を無次元化した値を用いる)で規格化したものであり、次式で定義される。

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_c} \quad [rad/\sec] \tag{2.3}$$

また、$H$ は任意の定数であり、$\Phi(\Omega)$ は特性関数と呼ばれる。

## 2.2　通過域内最平坦フィルタ

通過域（$(0 \le \Omega \le 1)$ で最平坦特性となるフィルタ回路の特性関数は次式で与えられる。

$$\Phi(\Omega) = \Omega^n \tag{2.4}$$

この場合、減衰量は

$$A(\Omega) = -10\log\frac{|T(j\Omega)|^2}{|T(0)|^2} = 10\log\left(1 + H^2\Omega^{2n}\right) \ [dB]$$

$$\approx 20\log\Omega \ [dB] \ (\because \Omega \gg 1) \tag{2.5}$$

と書け、これらの特性を規定しているパラメータは次式で与えられる。

$$H^2 = 10^{\frac{A_1}{10}} - 1 \tag{2.6}$$

$$n = \frac{\log\left(\dfrac{10^{\frac{A_2}{10}} - 1}{H^2}\right)}{2\log(\Omega_2)} \tag{2.7}$$

ただし、$A_1$ $[dB]$ は $\Omega = 1$ での減衰量を表し、$A_2$ $[dB]$ は $\Omega_2$ $(> \Omega_1)$ での減衰量を表す。

ところで、式(2.2)は、$H = 1$ と置き、$j\Omega = s$ と置くと

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + \left(-s^2\right)^n} \tag{2.8}$$

と書ける。上式はフルビッツ(Hurwitz)の多項式 $Q(s)$ を用いて

$$|T(s)|^2 = T(s)T(-s) = \frac{1}{Q(s)Q(-s)} \tag{2.9}$$

と書けるので、電圧透過係数 $T(s)$ は次式を満足する $s$ 平面の左半面内の零点から求めることができる。

$$Q(s)Q(-s) = 1 + \left(-s^2\right)^n = 0 \tag{2.10}$$

上式の $k$ 番目の根は次式で与えられる。

$$s_k = \sigma_k + j\omega_k = e^{j\frac{2k+n-1}{2n}\pi} \qquad \because k = 1, 2, \cdots\cdots, 2n \tag{2.11}$$

この場合、$1 \le k \le n$ を満足する $n$ 個の根が左半面根であり、$T(s)$ は次式で与えられる。

$$T(s) = \frac{1}{Q(s)} = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)\cdots\cdots(s - s_n)} \tag{2.12}$$

## 2.3　通過域内等リップルフィルタ

通過域で等リップル特性を有するフィルタ回路の特性関数は次式で与えられる。

$$\Phi(\Omega) = \begin{cases} \Omega\displaystyle\prod_{i=1}^{\frac{n-1}{2}}\left(\Omega^2 - \Omega_{z_i}^2\right) = L\sin\left\{n\sin^{-1}\Omega\right\} & n = odd \\ \displaystyle\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}}\left(\Omega^2 - \Omega_{z_i}^2\right) = L\cos\left\{n\sin^{-1}\Omega\right\} & n = even \end{cases} \tag{2.13}$$

ただし、$L$ は通過域でのリップルの振幅を表す。また、$\Omega_{z_i}$ は特性関数の零点の座標を表し、次式で与えられる。

$$\Omega_{z_i} = \begin{cases} \sin\left(i\dfrac{\pi}{n}\right) & i = 0, 1, 2, \cdots, \dfrac{n-1}{2} \quad n = odd \\ \sin\left\{\left(i - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\pi}{n}\right\} & i = 1, 2, 3, \cdots, \dfrac{n}{2} \quad n = even \end{cases} \tag{2.14}$$

この場合の電力透過係数および減衰量は

$$|T(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + H^2\Phi^2(\Omega)} = \frac{1}{1 + K^2C_n^2(\Omega)} \tag{2.15}$$

$$A(\Omega) = 10\log\left\{1 + K^2C_n^2(\Omega)\right\} \ [dB]$$

$$\approx 20\log K + 6(n-1) + 20n\log\Omega\ [dB]\quad (\because \Omega \gg 1)$$

(2.16)

と書ける。ただし、

$$K^2 = H^2 L^2 \tag{2.17}$$

$$C_n(\Omega) = \begin{cases} \cos\{n\cos^{-1}\Omega\} & |\Omega| \le 1 \\ \cosh\{n\cosh^{-1}\Omega\} & |\Omega| > 1 \end{cases} \tag{2.18}$$

である。チェビシェフフィルタの特性を規定しているパラメータは $K$ と $n$ であり、次式で与えられる。

$$K^2 = 10^{\frac{RW}{10}} - 1 \tag{2.19}$$

$$n = \frac{\cosh^{-1}\frac{1}{K}}{\cosh^{-1}\Omega_B} \tag{2.20}$$

ただし、$RW$ は電力透過係数の通過域でのリップルの$[dB]$値を表す。

チェビシェフフィルタに対する電力透過係数も、$j\Omega = s$ と置くことにより、Hurwitz 多項式$Q(s)$を用いて式(2.9)のごとく因数分解できる。この場合、$T(s)$は次式を満足する$s$ 平面の左半面根から求められる。

$$Q(s)Q(-s) = 1 + K^2 C_n^2(-js) = 0 \tag{2.21}$$

上式を満足する$2n$ 個の根は次式によって与えられる。

$$s_k = \sigma_k + j\omega_k \qquad (k = 1,2,3,\cdots,2n) \tag{2.22}$$

$$\because \sigma_k = -\frac{1}{2}\left(a^{\frac{1}{n}} - a^{-\frac{1}{n}}\right)\sin\frac{(2k-1)\pi}{2n} \tag{2.23a}$$

$$\because \omega_k = \frac{1}{2}\left(a^{\frac{1}{n}} + a^{-\frac{1}{n}}\right)\cos\frac{(2k-1)\pi}{2n} \tag{2.23b}$$

ただし、

$$a = \sqrt{1 + \frac{1}{K^2}} + \frac{1}{K} \tag{2.24}$$

である。

## 2.4 通過域内等リップル・阻止域内等サイドローブフィルタ[1]

通過域で等リップル、阻止域で等サイドローブ特性を有するフィルタの特性関数は次式で与えられる。

$$\Phi(\Omega) = \begin{cases} \Omega\prod_{i=1}^{\frac{n-1}{2}}\dfrac{\Omega^2-\Omega_{z_i}^2}{\Omega^2\Omega_{z_i}^2-1} = L\,sn\left[nK(L^2)\dfrac{sn^{-1}\left(\frac{\Omega}{\sqrt{k}},k\right)}{K(k)}, L^2\right] & n = odd \\ \prod_{i=1}^{\frac{n}{2}}\dfrac{\Omega^2-\Omega_{z_i}^2}{\Omega^2\Omega_{z_i}^2-1} = L\,sn\left[nK(L^2)\left\{\dfrac{sn^{-1}\left(\frac{\Omega}{\sqrt{k}},k\right)}{K(k)}+1\right\}, L^2\right] & n = even \end{cases}$$

(2.25)

$$\because\ k = \frac{\Omega_{ep}}{\Omega_{es}} < 1 \tag{2.26}$$

ただし、$L$ は通過域でのリップルの振幅を表す。また、$K(a)$は母数が$a$ の第一種完全楕円積分を表し、

$sn(b,c)$ はヤコビの楕円関数を表す。$\Omega_{z_i}$ は特性関数の零点の座標を表し、次式で与えられる。

$$\Omega_{z_i} = \begin{cases} \sqrt{k}\,sn\left[2i\dfrac{K(k)}{n}, k\right] & n = odd \\ \sqrt{k}\,sn\left[(2i-1)\dfrac{K(k)}{n}, k\right] & n = even \end{cases}$$

(2.27)

楕円関数フィルタの特性を規定しているパラメータは$H$、$L$、$n$であり、次式で与えられる。

$$H^4 = \left(10^{\frac{RW}{10}} - 1\right)\left(10^{\frac{SB_{min}}{10}} - 1\right) \tag{2.28}$$

$$L^4 = \frac{\left(10^{\frac{RW}{10}} - 1\right)}{\left(10^{\frac{SB_{min}}{10}} - 1\right)} \tag{2.29}$$

$$n=\frac{K(k)}{K\left(\sqrt{1-k^2}\right)}\frac{K\left(\sqrt{1-L^4}\right)}{K\left(L^2\right)} \qquad (2.30)$$

ただし、$RW$ は電力透過係数の通過域でのリップルの$[dB]$値を表し、$SB_{\min}$ は同じく遮断域でのサイドローブレベルの$[dB]$値を表す。

楕円関数に対する電力透過係数も、$j\Omega=s$ と置くことにより、Hurwitz 多項式を用いて式(2.9)のごとく因数分解できる。この場合、電圧透過係数は $\left|T(s)\right|^2$ の分母＝0 の左半面根を求め、それらを $s_1,s_2,s_3,\cdots\cdots,s_n$ と置くことにより

$$T(s)=\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\prod_{i=1}^{\frac{n-1}{2}}\left(s^2+\Omega_{pi}^2\right)}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)\cdots\cdots(s-s_n)} & n=odd\\[2ex] \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}}\left(s^2+\Omega_{pi}^2\right)}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)\cdots\cdots(s-s_n)} & n=even\end{cases} \qquad (2.31)$$

と求まる。ただし、$\varepsilon$ は付録Ⅰによる。

ところで、$n$ が偶数の場合、式(2.25)で定義された特性関数に基づく電力透過係数は、$\Omega=\infty$ で減衰量が有限値( $SB_{\min}$ )となってしまう。この問題は下式に基づく双一次変換によって解決できる。

$$\Omega^2=\frac{a\hat{\Omega}^2+b}{c\hat{\Omega}^2+d} \qquad (2.32)$$

ただし、$a,b,c,d$ は未定係数であり、ここでは角周波数 $\hat{\Omega}$ が零のときに減衰量が零になり、角周波数 $\hat{\Omega}$ が無限大のときに減衰量も無限大になるように決定される。

## 3. 実現問題

実現問題では、電圧透過係数または電圧反射係数から実際のフィルタ回路を梯子形回路で合成する問題を取り扱う。合成された梯子形フィルタは原形 LPF と呼ばれ、その回路素子は一般化のために規格化された形で表現される。

### 3.1 規格化素子値の定義

回路を構成する基本要素である $R$ 、$L$ 、$C$ を任意の無次元量 $\overline{R}_0$ （一般には電源側の内部インピーダンスに相当する値を用いる）と式(2.3)で定義した $\overline{\omega}_c$ で規格化すると、各々のインピーダンス値は

$$\frac{R}{\overline{R}_0}、\ \frac{j\Omega\overline{\omega}_c L}{\overline{R}_0}、\ \frac{1}{j\Omega\overline{\omega}_c C\overline{R}_0}$$

と書ける。従って、新たな素子値として

$$r=\frac{R}{\overline{R}_0}\ [\Omega],\quad g_L=\frac{\overline{\omega}_c}{\overline{R}_0}L\ [H],\quad g_C=\overline{\omega}_c\overline{R}_0 C\ [F] \qquad (3.1)$$

を定義することができる。式(3.1)で定義された素子値を規格化素子値と呼ぶ。

### 3.2 梯子形回路による合成

所望の電力透過係数より、電力反射係数は

$$\left|\Gamma(s)\right|^2=\left|\frac{R_1-Z_{in}(s)}{R_1+Z_{in}(s)}\right|^2=1-\left|T(s)\right|^2 \qquad (3.2)$$

と書ける。ただし、$R_1$ は電源の内部インピーダンスであり、$Z_{in}(s)$ は合成すべき回路の入力インピーダンスを表す。上式より、入力インピーダンスは

$$Z_{in}^{(1)}(s)=\frac{1+\Gamma(s)}{1-\Gamma(s)} \qquad (3.3a)$$

$$Z_{in}^{(2)}(s)=\frac{1-\Gamma(s)}{1+\Gamma(s)}=\frac{1}{Z_{in}^{(1)}(s)} \qquad (3.3b)$$

と書け、二通り求まる。ただし、$R_1=1$ とした。

ところで、式(3.2)の電力反射係数は

$$\left|\Gamma(s)\right|^2=\Gamma(s)\Gamma(-s)=1-\left|T(s)\right|^2 \qquad (3.4)$$

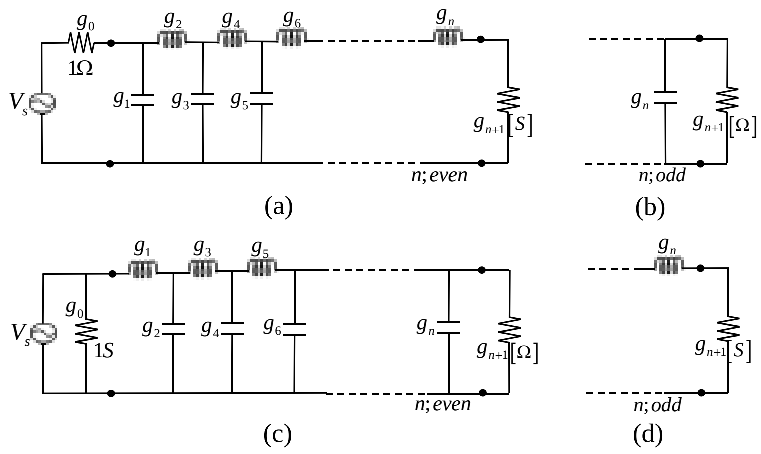


**図3.1 n段梯子形LPFの回路構成例**

(a) $g_1 = capacitor \,\&\, n = even$ (b) $g_1 = capacitor \,\&\, n = odd$

(c) $g_1 = inductor \,\&\, n = even$ (d) $g_1 = inductor \,\&\, n = odd$

と書ける。従って、式(3.2)より Hurwitz 多項式となっている方の$\Gamma(s)$を電圧透過係数として採用することにより、合成すべき回路の入力インピーダンスが式(3.3)より求まる。この場合の回路構成および回路を構成する各素子値は、この入力インピーダンスを$s$の一次の項のみから成る連分数に展開することにより決定できる。

例えば、図3.1の梯子形回路に対して、最平坦特性を有する原形LPFの素子値は次式によって与えられる。

$$g_i = 2\sin\frac{2i-1}{2n}\pi \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{3.5}$$

また、チェビシェフ特性を有する原形LPFの素子値については次式で与えられる[2]。

$$g_0 = 1 \tag{3.6a}$$

$$g_i = \begin{cases} \dfrac{2a_1}{\gamma} & (i = 1) \\ \dfrac{4a_{i-1}a_i}{b_{i-1}g_{i-1}} & (2 \le i \le n) \end{cases} \tag{3.6b}$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 & (n;odd) \\ \coth^2\dfrac{\beta}{4} & (n:even) \end{cases} \tag{3.6c}$$

ただし、

$$\gamma = \sinh\frac{\beta}{2n} \tag{3.7a}$$

$$\beta = \ln\left(\coth\frac{RW_{dB}}{17.37}\right) \tag{3.7b}$$

$$RW_{dB} = 10\log\left(1 + K^2\right) \tag{3.7c}$$

$$a_i = \sin\frac{2i-1}{2n}\pi \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{3.8a}$$

$$b_i = \gamma^2 + \sin^2\frac{i}{n}\pi \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{3.8b}$$

である。

## 4. 周波数変換(Frequency Transformations)

周波数特性に対する観点からフィルタを分類すると、LPF(Low Pass Filter), HPF(High Pass Filter), BPF(Band Pass Filter), BRF(Band Rejection Filter)に大別できる。これらのフィルタは、LPF の回路構成を基に、周波数軸上での座標変換により合成できる。

### 4.1 LPFの遮断周波数変換

図4.1(a)に示す無極タイプの梯子形LPF回路は、次式の周波数変換によって遮断周波数の異なるLPF回路に変換できる。

$$\omega = A\omega^{LPF} \tag{4.1}$$

ただし、$\omega$ は変換前の LPF 回路に対する角周波数を表し、$\omega^{LPF}$ は変換後の LPF 回路に対する角周波数を表す。また、$A$ は変換後の LPF の遮断角周波数 $\omega_c^{LPF}$ を用いて次式で与えられる。

$$A = \frac{\omega_c}{\omega_c^{LPF}} \tag{4.2}$$

この場合、変換後の LPF 回路の各素子値は次式で与えられる。

$$C_k^{LPF} = AC_k、\quad L_{k+1}^{LPF} = AL_{k+1} \tag{4.3}$$

## 4.2 LPF から HPF への変換

　HPF 回路への変換は次式によって行うことができる。

$$\omega = \frac{A}{\omega^{HPF}} \tag{4.4}$$

ただし、$\omega^{HPF}$ は変換後の HPF 回路に対する角周波数を表す。また、$A$ は変換後の HPF の遮断角周波数 $\omega_c^{HPF}$ を用いて次式で与えられる。

$$A = \omega_c \omega_c^{HPF} \tag{4.5}$$

図 4.1(b)に変換後の HPF 回路を示す。ただし、各素子値は次式で与えられる。

$$L_k^{HPF} = \frac{1}{AC_k}、\quad C_{k+1}^{HPF} = \frac{1}{AL_{k+1}} \tag{4.6}$$

## 4.3 LPF から BPF への変換

　BPF 回路への変換は次式によって行うことができる。

$$\omega = A\frac{\left(\omega^{BPF}\right)^2 - \left(\omega_0^{BPF}\right)^2}{\omega^{BPF}} \tag{4.7}$$

ただし、$\omega^{BPF}$ は変換後の BPF 回路に対する角周波数を表す。また、$\omega_0^{BPF}$ は

$$\omega_0^{BPF} = \sqrt{\omega_{c_1}^{BPF}\omega_{c_2}^{BPF}} \tag{4.8}$$

であり、$\omega_{c_1}^{BPF}$ および $\omega_{c_2}^{BPF}\left(> \omega_{c_1}^{BPF}\right)$ は変換後の BPF の両サイドの遮断角周波数を表す。$A$ は $\omega_{c_1}^{BPF}$、$\omega_{c_2}^{BPF}$ を用いて次式で与えられる。

$$A = \frac{\omega_c}{\omega_{c_2}^{BPF} - \omega_{c_1}^{BPF}} \tag{4.9}$$

図 4.1(c)に変換後の BPF 回路を示す。ただし、各素子値は次式で与えられる。

$$C_k^{BPF} = AC_k、\ L_k^{BPF} = \frac{1}{A\left(\omega_0^{BPF}\right)^2 C_k} = \frac{1}{\left(\omega_0^{BPF}\right)^2 C_k^{BPF}} \tag{4.10}$$

　および、

$$L_{k+1}^{BPF} = AL_{k+1}、\ C_{k+1}^{BPF} = \frac{1}{A\left(\omega_0^{BPF}\right)^2 L_{k+1}} = \frac{1}{\left(\omega_0^{BPF}\right)^2 L_{k+1}^{BPF}} \tag{4.11}$$

## 4.4 LPF から BRF への変換

　BRF 回路への変換は次式によって行うことができる。

$$\omega = A\frac{\omega^{BRF}}{\left(\omega_0^{BRF}\right)^2 - \left(\omega^{BRF}\right)^2} \tag{4.12}$$

ただし、$\omega^{BRF}$ は変換後の BRF 回路に対する角周波数を表す。また、$\omega_0^{BRF}$ は

$$\omega_0^{BRF} = \sqrt{\omega_{c_1}^{BRF}\omega_{c_2}^{BRF}} \tag{4.13}$$

であり、$\omega_{c_1}^{BRF}$ および $\omega_{c_2}^{BRF}\left(> \omega_{c_1}^{BRF}\right)$ は変換後の BRF の両サイドの遮断角周波数を表す。$A$ は $\omega_{c_1}^{BRF}$、$\omega_{c_2}^{BRF}$ を用いて次式で与えられる。

$$A = \omega_c\left(\omega_{c_2}^{BRF} - \omega_{c_1}^{BRF}\right) \tag{4.14}$$

図 4.1(d)に変換後の BRF 回路を示す。ただし、各素子値は次式で与えられる。

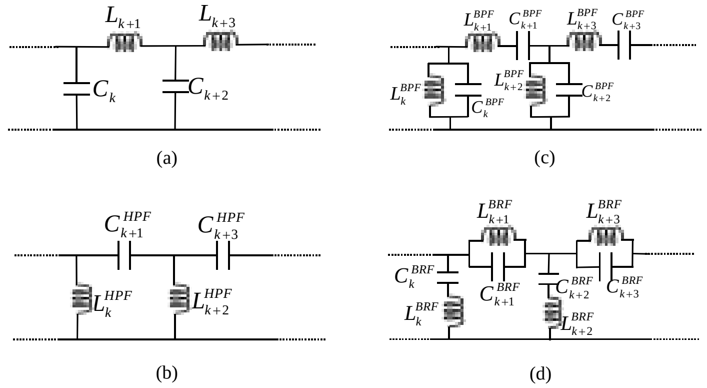


**図4.1 LPFの周波数変換**

(a) 無極タイプの梯子形LPFの回路構成、 (c) 変換後のBPFの回路構成

(b) 変換後のHPFの回路構成 (d) 変換後のBRFの回路構成

$$C_k^{BRF} = \frac{AC_k}{\left(\omega_0^{BRF}\right)^2} = \frac{1}{\left(\omega_0^{BRF}\right)^2 L_k^{BRF}}、\quad L_k^{BRF} = \frac{1}{AC_k} \tag{4.15}$$

および、

$$L_{k+1}^{BRF} = \frac{AL_{k+1}}{\left(\omega_0^{BRF}\right)^2} = \frac{1}{\left(\omega_0^{BRF}\right)^2 C_{k+1}^{BRF}}、\quad C_{k+1}^{BRF} = \frac{1}{AL_{k+1}} \tag{4.16}$$

## 5. イミッタンスインバータを用いた回路構成

任意の負荷インピーダンスをアドミッタンスに、あるいは任意の負荷アドミッタンスをインピーダンスに変換する回路は一般にイミッタンスインバータ(Immittance Inverters)と呼ばれる。特に、前者をインピーダンスインバータ、後者をアドミッタンスインバータと呼ぶ。

### 5.1 インピーダンスインバータ

#### 5.1.1 $\lambda_g/4$ 線路

長さ$l$の伝送線路の四端子マトリックスは次式で与えられる。

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta_g l & jZ_C \sin\beta_g l \\ j\dfrac{\sin\beta_g l}{Z_C} & \cos\beta_g l \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

ただし、

$$\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} \tag{5.2}$$

であり、$\lambda_g$は伝送線路内の伝播波長である。また、$Z_C$は伝送線路の特性インピーダンスを表す。

回路がインピーダンスインバータとなるための条件については、「奇励振モード回路」と「偶励振モード回路」の概念を用いて定式化できる。図5.1(a)に示す伝送線路に対しては同図(b),(c)に示す奇励振モード回路と偶励振モード回路が定義できる。同図(b)の端子１-1’から右側を見たインピーダンスは

$$Z_{odd} = jZ_C \tan\left(\frac{\beta_g l}{2}\right) \tag{5.3}$$

と書け、同図(c)の端子１-1’から右側を見たインピーダンスは

$$Z_{even} = -jZ_C \cot\left(\frac{\beta_g l}{2}\right) \tag{5.4}$$

と書ける。式(5.3),(5.4)から、$Z_{odd}$と$Z_{even}$の間に次式の関係があることが分る。

$$Z_C = \sqrt{Z_{odd} Z_{even}} \tag{5.5}$$

$$\beta_g l = 2\tan^{-1}\left(\sqrt{-\frac{Z_{odd}}{Z_{even}}}\right) \tag{5.6}$$

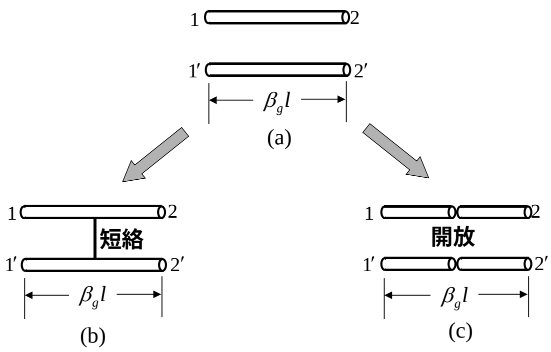


**図5.1 長さ $l$ の伝送線路に対する偶励振モード回路と奇励振モード回路の定義**
(a) 長さ $l$ の伝送線路
(b) 奇励振モード回路
(c) 偶励振モード回路

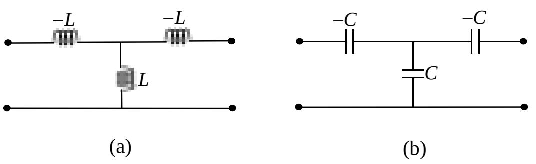


**図5.2 代表的なインピーダンスインバータ（Kインバータ）回路**
(a) $X_b = \omega L$ の場合 ($K = \omega L$)
(b) $X_b = \dfrac{-1}{\omega C}$ の場合 ($K = \dfrac{1}{\omega C}$)

ここでもし、

$$\beta_g l = \left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) \qquad n = 0, 1, 2, 3, \cdots\cdots \tag{5.7}$$

とすると、次式の関係が成り立つ。

$$Z_{odd} = -Z_{even} \tag{5.8}$$

式(5.8)を満足する二端子対回路では、式(5.1)は

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0 & \pm jZ_C \\ \pm j\dfrac{1}{Z_C} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm jK \\ \pm j\dfrac{1}{K} & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} + : n = even \\ - : n = odd \end{cases} \tag{5.9}$$

と書ける。上式中の $K$ は $K$ パラメータと呼ばれる。式(5.9)および式(5.5)より、式(5.7)もしくは式(5.8)の条件を満足する二端子対回路では、$K$ パラメータは

$$K = Z_C = \sqrt{Z_{odd} Z_{even}} = \sqrt{-Z_{odd}^2} = \sqrt{-Z_{even}^2} \tag{5.10}$$

と書けることが分る。四端子マトリックスを $K$ パラメータのみで表した二端子対回路は $K$ インバータと呼ばれる。

### 5.1.2 対称T型回路

対称T型回路も、式(5.8)の条件が満足されれば、$K$ インバータとなる。この条件を満足する代表的な回路構成の例を図 5.2 に示す

## 5.2 アドミッタンスインバータ

### 5.2.1 $\lambda_g/4$ 線路

長さ $l$ でその特性アドミッタンスが $Y_C$ の伝送線路の四端子マトリックスは次式で与えられる。

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta_g l & j\dfrac{\sin\beta_g l}{Y_C} \\ jY_C \sin\beta_g l & \cos\beta_g l \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

回路がアドミッタンスインバータとなるための条件についても、「奇励振モード回路」と「偶励振モード回路」の概念を用いて以下のごとく定式化できる。

$$Y_C = \sqrt{Y_{odd} Y_{even}} \tag{5.12}$$

$$Y_{odd} = -Y_{even} \tag{5.13}$$

上式を満足する二端子対回路では、式(5.11)は

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0 & \pm j\dfrac{1}{Y_C} \\ \pm jY_C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm j\dfrac{1}{J} \\ \pm jJ & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} + : n = even \\ - : n = odd \end{cases} \tag{5.14}$$

と書ける。上式中の $J$ は $J$ パラメータと呼ばれる。式(5.14)および式(5.12)より、式(5.13)の条件を満足する二端子対回路では、$J$ パラメータは

$$J = Y_C = \sqrt{Y_{odd} Y_{even}} = \sqrt{-Y_{odd}^2} = \sqrt{-Y_{even}^2} \tag{5.15}$$

と書けることが分る。四端子マトリックスを $J$ パラ

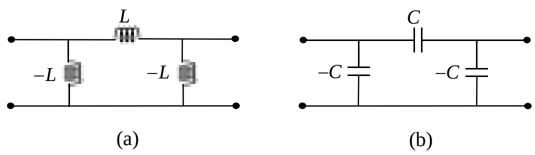


**図5.3 代表的なアドミッタンスインバータ（Jインバータ）回路**
(a) $B_b = \dfrac{-1}{\omega L}$ の場合 ($J = \dfrac{1}{\omega L}$)
(b) $B_b = \omega C$ の場合 ($J = \omega C$)

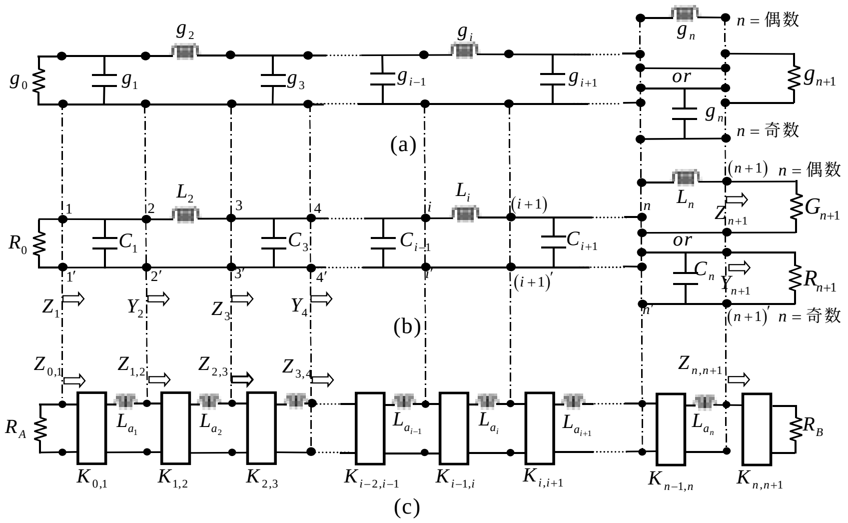

**図**5.4 **Kインバータを用いた**LPF( $g_1$ **がキャパシタンスの場合**)

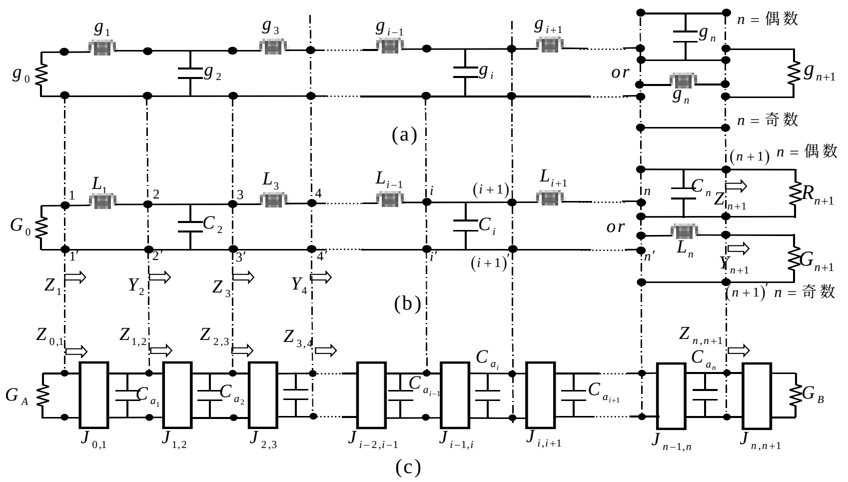

**図**5.5 **Jインバータを用いた**LPF( $g_1$ **がインダクタンスの場合**)

メータのみで表した二端子対回路は $J$ インバータと呼ばれる。

### 5.2.2 対称π型回路

対称π型回路も、式(5.13)の条件が満足されれば、$J$ インバータとなる。この条件を満足する代表的な回路構成の例を図 5.3 に示す。

## 5.3 イミッタンスインバータを用いたLPF の回路構成

### 5.3.1 $K$ インバータを用いた LPF 回路

図 5.4(a)もしくは同図(b)に示す LPF 回路は同図(c)に示す $K$ インバータとインダクタンスのみから成る回路に変換できる。ただし、図中の $K$ パラメータは次式で与えられる。

（1） $i=0$ のとき

$$K_{0,1}=\sqrt{\frac{\bar{\omega}_C R_A L_{a_1}}{g_0 g_1}}=\sqrt{\frac{R_A L_{a_1}}{R_0 C_1}} \tag{5.16}$$

（2） $1\le i\le n-1$ のとき

$$K_{i,i+1}=\bar{\omega}_C\sqrt{\frac{L_{a_i}L_{a_{i+1}}}{g_i g_{i+1}}}=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{L_{a_i}L_{a_{i+1}}}{C_i L_{i+1}}} & (i=odd)\\ \sqrt{\dfrac{L_{a_i}L_{a_{i+1}}}{L_i C_{i+1}}} & (i=even)\end{cases}$$

(5.17)

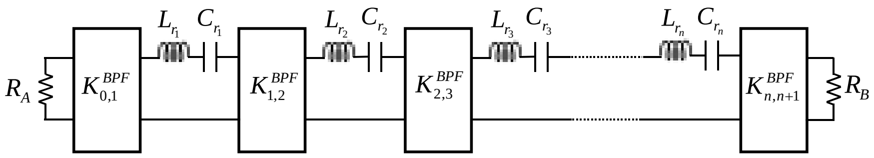


**図5.6 Kインバータを用いたLPFからBPFへの周波数変換**

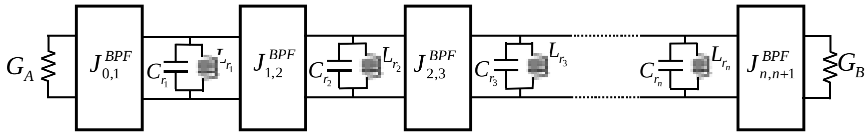


**図5.7 Jインバータを用いたLPFからBPFへの周波数変換**

（3） $i=n$ のとき

$$K_{n,n+1}=\sqrt{\frac{\bar{\omega}_C R_B L_{a_n}}{g_n g_{n+1}}}=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{R_B L_{a_n}}{C_n R_{n+1}}} & (n=odd)\\ \sqrt{\dfrac{R_B L_{a_n}}{L_n G_{n+1}}} & (n=even)\end{cases} \tag{5.18}$$

5.3.2 $J$ インバータを用いた LPF 回路

図 5.5(a)もしくは同図(b)に示す LPF 回路は同図（c）に示す $J$ インバータとキャパシタンスのみから成る回路に変換できる。ただし、図中の $J$ パラメータは次式で与えられる

（1） $i=0$ の場合

$$J_{0,1}=\sqrt{\frac{\bar{\omega}_C G_A C_{a_1}}{g_0 g_1}}=\sqrt{\frac{G_A C_{a_1}}{G_0 L_1}} \tag{5.19}$$

（2） $1\le i\le n-1$ の場合

$$J_{i,i+1}=\bar{\omega}_C\sqrt{\frac{C_{a_i}C_{a_{i+1}}}{g_i g_{i+1}}}=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{C_{a_i}C_{a_{i+1}}}{L_i C_{i+1}}} & (i=odd)\\ \sqrt{\dfrac{C_{a_i}C_{a_{i+1}}}{C_i L_{i+1}}} & (i=even)\end{cases} \tag{5.20}$$

（3） $i=n$ の場合

$$J_{n,n+1}=\sqrt{\frac{\bar{\omega}_C G_B C_{a_n}}{g_n g_{n+1}}}=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{G_B C_{a_n}}{L_n G_{n+1}}} & (n=odd)\\ \sqrt{\dfrac{G_B C_{a_n}}{C_n R_{n+1}}} & (n=even)\end{cases} \tag{5.21}$$

5.4 イミッタンスインバータを用いた
LPF 回路から BPF 回路への周波数変換

5.4.1 $K$ インバータを用いた
LPF 回路から BPF 回路への周波数変換

図 4.1(c)より､図 5.4(c)の LPF 回路は図 5.6 に示す BPF 回路に変換できる。ただし、$L_{r_i}$ と $C_{r_i}$ は式(4.11)にて与えられ、$K$ パラメータは式(5.16)～式(5.18)にこの結果を代入することにより与えられる。

5.4.2 $J$ インバータを用いた
LPF 回路の BPF 回路への周波数変換

図 4.1(c)より､図 5.5(c)の LPF 回路は図 5.7 に示す BPF 回路に変換できる。ただし、$C_{r_i}$ と $L_{r_i}$ は式(4.10)にて与えられ、$J$ パラメータは式(5.19)～式(5.21)にこの結果を代入することにより与えられる。

6． 共振器直結形 BPF の設計

イミッタンスインバータを用いた BPF フィルタ回路は共振器直結形回路に変換できる。また、楕円関

数特性を有する BPF はカノニカル型の共振器直結形回路に変換できる。

## 6.1 最平坦およびチェビシェフ特性を有する共振器直結形 BPF

ここでは、$K$ インバータを用いた BPF 回路の共振器直結形回路表示について述べる。

### (a) $K$ パラメータと結合係数の関係

図 6.1(a)に BPF の $i$ 番目の素子近傍の回路構成を示す。図中の $K_{i,i+1}^{BPF}$ は同図(b)に示すように図 5.2(a)の回路で置き換えることができる。ただし、

$$K_{i,i+1}^{BPF}=\omega_0 M_{i,i+1} \tag{6.1}$$

である。同図(b)は更に同図(c)の回路で表すことができる。ただし、結合係数は

$$k_{i,i+1}=\frac{M_{i,j}}{\sqrt{L_{r_i}L_{r_{i+1}}}}=\frac{K_{i,i+1}^{BPF}}{\omega_0\sqrt{L_{r_i}L_{r_{i+1}}}}=\frac{\left(\omega_{c_2}^{BPF}-\omega_{c_1}^{BPF}\right)}{\Omega_c\omega_0\sqrt{g_1 g_{i+1}}} \tag{6.2}$$

と書ける。

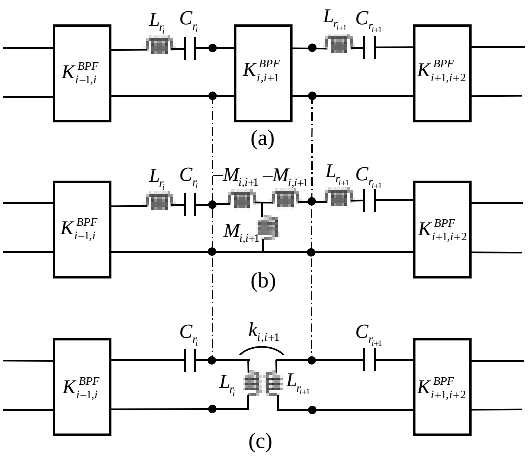


図6.1 Kインバータを用いたBPFのKインバータに対する結合係数表示
(a) Kインバータを用いたBPF
(b) KインバータのT型インバータ回路による変換
(c) Kインバータのリアクタンス結合による変換

### (b) $K$ パラメータと外部 Q の関係

図 6.2(a)に BPF の入力部の回路構成を示す。同図中の $K_{0,1}^{BPF}$ で表されたインバータを介して電源側を見たインピーダンスは

$$R=\frac{\left(K_{0,1}^{BPF}\right)^2}{R_A} \tag{6.3}$$

となる。同図(b)にこの場合の等価回路を示す。同図(b)は更に同図(c)の回路で表すことができる。ただし、外部 Q は

$$Q_{eA}=\frac{\omega_0 L_{r_1}}{R}=\frac{\omega_0 L_{r_1}R_A}{\left(K_{0,1}^{BPF}\right)^2}=\frac{\Omega_c\omega_0 g_0 g_1}{\left(\omega_{c_2}^{BPF}-\omega_{c_1}^{BPF}\right)} \tag{6.4}$$

と書ける。

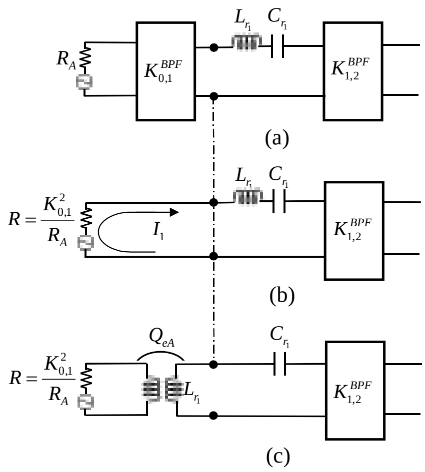


図6.2 Kインバータを用いたBPFの入力側に対する外部Qによる表示
(a) Kインバータを用いたBPFの入力部
(b) 入力側の内部抵抗のKインバータによるインピーダンス変換
(c) Kインバータの外部Qによる変換

出力側の外部 Q についても、全く同様に

$$Q_{eB}=\frac{\omega_0 L_{r_n}}{R}=\frac{\omega_0 L_{r_n}R_B}{\left(K_{n,n+1}^{BPF}\right)^2}=\frac{\Omega_c\omega_0 g_n g_{n+1}}{\left(\omega_{c_2}^{BPF}-\omega_{c_1}^{BPF}\right)} \tag{6.5}$$

と書ける。

以上の結果、$K$ インバータを用いた BPF は図 6.3 に示す共振器直結形回路で表すことができる。

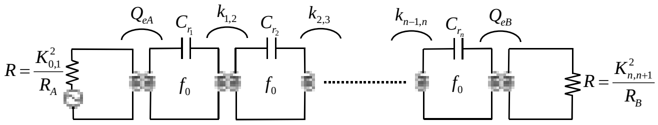

図6.3 Kインバータを用いたBPFの結合共振回路表示

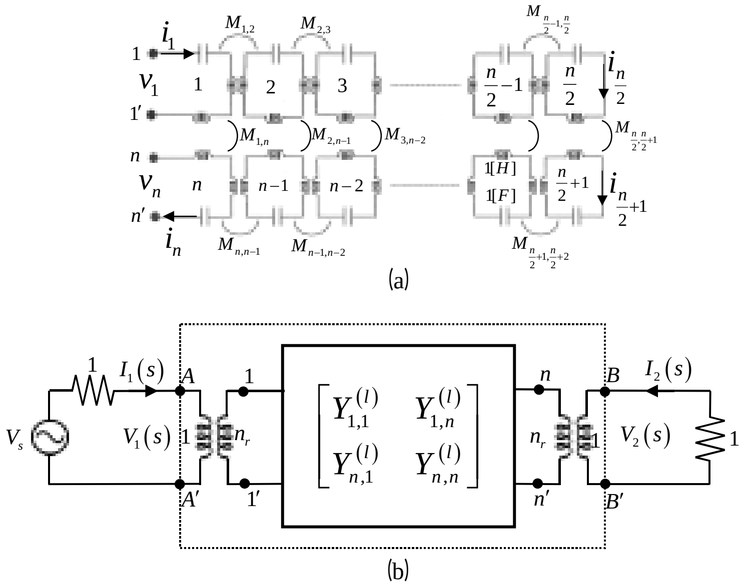

**図6.4 カノニカルフィルタの等価回路**
(a) **カノニカル結合** (b) **カノニカル結合を利用したフィルタの構成**

## 6.2 共振器直結形楕円関数 BPF[3-5]

共振器直結形楕円関数 BPF はカノニカル結合により実現でき、設計パラメータは以下の手順で導出できる。

先ず、式(2.31)で導出された電圧透過係数から対象とするフィルタ回路のアドミタンス行列を導出する。次に、図 6.4 に示すカノニカル型フィルタ回路の等価回路に対するアドミッタンス行列を導出し、両アドミッタンス行列が等しくなるようにカノニカル型フィルタ回路の等価回路定数(変成器の変成比、相互誘導係数) を決定する。この結果、共振器間の結合係数および外部 Q は次式で与えられる。

$$k_{i,j} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} M_{i,j} \tag{6.6}$$

$$Q_e = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} n_r^2 \tag{6.7}$$

ただし、$\Delta\omega$ は BPF の帯域幅を表し、$\omega_0$ は各共振器の共振周波数を表す。

付録 I

$$\varepsilon = \begin{cases} H \displaystyle\prod_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} \Omega_{z_i}^{-2} & n = odd \\ H \displaystyle\prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} \Omega_{z_i}^{-2} & n = even \end{cases}$$

参考文献


[1] J. K. Skwirzynski, "Design theory and data for electrical filters",D. Van. Nostrand Company Ltd, 1965
[2] V. Belevitch, "Tchebyshev Filters and Amplifier Networks," Wireless Engineer, pp.106-110, Apr. 1952
[3] A. E. Atia and A. E. Williams, "Narrow-Bandpass Waveguide Filters," IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-20, no. 4, pp.258-265, Apr. 1972
[4] A. E. Atia, A. E. Williams, and R. W. Newcomb, "Narrow-Band Multiple-Coupled Cavity Synthesis," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-21, no. 5, pp.649-655, Apr. 1972
[5] A. E. Atia and A. E. Williams, "General TE011-Mode Waveguide Bandpass Filters," IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-24, no. 10, pp.640-648, Oct. 1976