

デジタル変復調

----- 時間・周波数領域から眺める -----

Fundamentals of Modulation and Demodulation Techniques

---- Observations in the time and frequency domains ----

斉藤 洋一

和歌山大学

Yoichi Saito

Wakayama University

Abstract: This tutorial paper presents fundamental aspects of digital modulation and demodulation techniques. The modem converts logical symbols (information) into physical signals (radio waves), and vice versa. In this context, the modulated wave is observed from the time and frequency domains. Moreover, various demodulation techniques are analyzed from a view point of the power efficiency that is another important factor for wireless systems.

1. まえがき

通信や放送システムで AM 変調や FM 変調は馴染み深いものであるが、変調という言葉は技術的に明確な意味を持っており、IEEE の前身である IRE で次のように定義されている[1]。“modulation is the process or result of the process whereby some parameter of one wave is varied in accordance with another wave.”すなわち、変調とは情報を含む信号波に応じて電波のあるパラメータを組織的に変化させる操作をいう。ここで、電波は情報を運ぶ波でキャリアと呼ばれ、キャリアのパラメータとして振幅、周波数、位相が用いられる。また、音声などの情報を含む信号波は低い周波数帯に制限されており、変調ベースバンド(B.B.)信号と呼ばれる。変調された波、被変調波はキャリア周波数を中心とする帯域信号である。ここではキャリアとして連続波(CW)を想定しているが、幅の狭いパルス列でもよく、この場合を CW 変調と区別してパルス変調と呼ぶ。

変復調は情報である論理信号と電波との相互変換操作であり、その目的は情報を伝送路に整合した形態に変換して効率よく伝送することである。変調により期待できる効果を述べておく。まず、キャリア周波数を高く設定することにより、(i)広い帯域を確保できる。情報伝送速度は帯域幅に比例するため、大量の情報を伝送できる。(ii)高速の信号でもその比

帯域(信号帯域幅とキャリア周波数の比)を小さくできる。比帯域が 1~10%程度であれば、アンテナや送受信装置設計が容易になる。また、(iii)1つの伝送路で同時に多数の通信が可能になる。これは、変調による信号の多重化であり、FDM, TDM, CDM などの多重化技術が利用されている。(iv)雑音や干渉を抑圧できる。FM の広帯域利得や符号の直交性を利用した CDMA など、変調信号の帯域よりもずっと広い伝送帯域を使うことにより帯域幅と信号電力のトレードオフを実現している。(v)波形ひずみを低減できる。広帯域変調とは逆に、複数の狭帯域変調を FDM で束ねて平行伝送することにより耐波形歪み特性を向上できる。OFDM 方式はその好例である。

信号伝送系における変復調の位置づけを図 1 に示す。ここでは変復調を広義に解釈して、符・復号器を変復調に含めて考える。具体的な変調方式は、前述した変調に関する基本的な概念とシステムからの要求条件を考慮して決定される。従来、様々な変調方式が提案され実用化されているが、本稿は理解が容易な線形変調方式に的を絞る。第 2 節では情報を伝送路に整合した物理信号に変換するための符号化を述べる。第 3 節では変調動作を時間領域と周波数領域から眺め、被変調波の特性を考察する。第 4 節では各種復調方式の動作を説明し、特性比較を行う。



図1. 伝送路の構成

2. 符号化

符号化は情報を論理信号、さらには電気的な物理信号に変換する操作を意味するが、中身は次の3つの符号化で構成される。すなわち、(i)情報源符号化、(ii)チャンネル符号化、(iii)波形符号化[†]であり、この順で符号化されて変調ベースバンド信号が得られる。

2.1 情報源符号化とチャンネル符号化

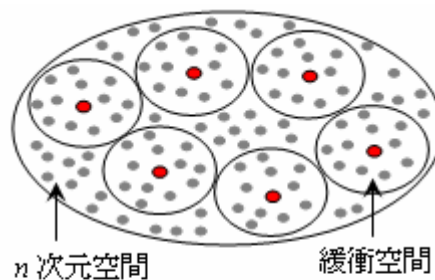
音声や映像などのアナログ情報は、標準化と量子化により論理信号に変換される。情報源符号化は、情報をできるだけ少ないビット数で表現するために、品質を損なわない範囲で源情報の持っている冗長性を削減する。ベクトル量子化や変換符号化、予測符号化などの高能率符号化技術が開発され、携帯電話やデジタルTVなどに適用されている[2,3] 実際、携帯電話やMPEG2方式では、PCM符号化に比べ源情報を1/10以下に圧縮している(源情報のエントロピーに近づけている)。

チャンネル符号化は、情報源符号化とは逆に冗長性を付加して、伝送路で生じるビット誤りを検出・訂正する。付加する冗長ビットはシステムにより異なるが、誤り訂正の標準的な例(レート1/2)で2倍に増加する程度である。冗長ビットの増加量は情報源符号化による圧縮量に比べ非常に少ないといえる。

誤り検出や訂正を目的にしたチャンネル符号化は、受信信号に誤りが生じてもそれを検出または正しい情報に復号できるような符号構造に変換することである。その基本的仕組みは、図2に示すように送信すべき情報を情報源空間(k 次元)よりも大きなシンボル空間(n 次元)のサブセット(部分集合)として選択することにある。大きな集合からそれぞれの信号間距離が大きくなるように送信シンボルを選べば、

[†] 本来、伝送路符号化(line coding)と呼ばれるが、チャンネル符号化(channel coding)も日本語に訳すと伝送路符号化となり混乱する。そこで、波形符号化とした。

送信されるはずのないシンボルを受信しても、それに最も近い送信されたはずのシンボルを情報シンボルとして復号することができる。具体的な送信シンボル空間の拡大は、 k ビットの情報ビットに対して $(n-k)$ ビットの冗長ビット(パリティビット)を付加することに他ならない。この結果、帯域幅または変調信号空間が拡大される。Ungerboeckの考案したTCM(trellis coded modulation)は、拡大した変調信号空間からセット分割により情報部分空間を作成している[4]。



● 符号語 (2^k 個)
● 送信されない非符号語
受信可能な符号は 2^n 個で、 $2^n \gg 2^k$ である。

図2. 送信/受信シンボル空間

2.2 波形符号化

符号化の最後に論理信号を物理的な電気信号に変換する。具体例として、図3に代表的な伝送路符号を示す。得られた信号は、ベースバンド(B.B.)信号伝送システムでは直接伝送路に送信され、無線通信システムでは変調器への入力B.B.信号となる。従って、伝送路特性やシステムの要求条件に適した符号を選択する必要がある。考慮すべき伝送路符号の性質として次の項目が挙げられる。

- (i)直流分の有無: 有線通信システムはAC結合システムのため、直流分のないAMI符号が使われる。
- (ii)狭帯域特性: 信号の電力スペクトルが狭い帯域に集中していると、高能率な情報伝送が可能となる。
- (iii)耐雑音特性: 無線通信システムでは、狭帯域特性、耐雑音特性に優れる複極NRZ符号が使われる。
- (iv)自己クロック同期特性: シンボル/ビット同期信号を容易に取り出せるマンチェスター符号は、ETCやイーサネットに使われている。

無線通信システムでは、変調B.B.信号としてNRZ符号をそのままの形で用いることはない。帯域外ス

ペクトル放射を抑圧するため、フィルタにより帯域制限を行う。ただし、無条件に帯域制限すると図4に示すような符号間干渉が発生し、信号品質が劣化する。線形変調方式における変調B.B.信号のスペクトル整形は、ナイキストフィルタまたはパーシャルレスポンスフィルタが使われる[4]。

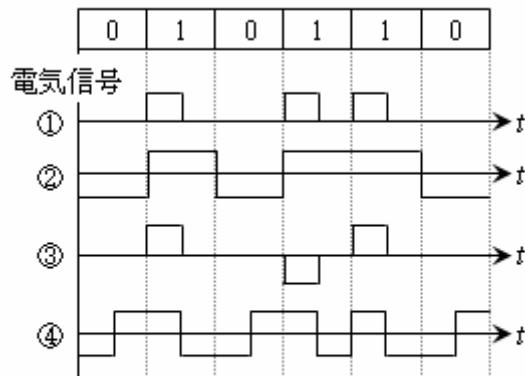
(a) ナイキストフィルタ

理想ナイキストフィルタの伝達関数 $H_{ideal}(f)$ とインパルス応答 $h_{ideal}(t)$ は次式で与えられる。

$$H_{ideal}(f) = \begin{cases} T & \dots |fT| \leq 1/2 \\ 0 & \dots |fT| > 1/2 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$h_{ideal}(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \equiv \text{sinc}(t/T) \quad (2.2)$$

論理信号



- ① RZ (return to zero) 符号
- ② 複極 NRZ (non-return to zero) 符号
- ③ AMI (alternate mark inversion) 符号
- ④ マンチェスター符号

図3. 代表的な伝送路符号 (バイナリデータ)

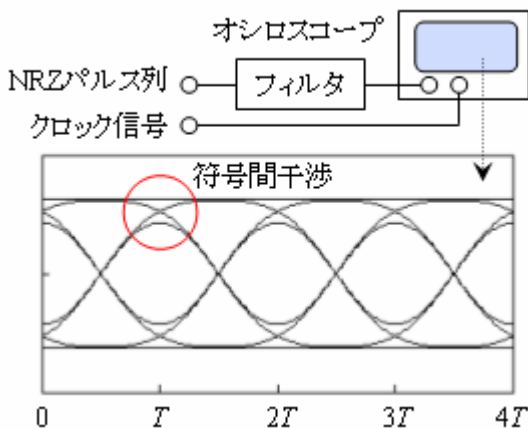


図4. 帯域制限の影響

インパルス応答から明らかなように、標本時刻 $t=kT$ ($k \neq 0$) において $h_{ideal}(kT)=0$ であるため符号間干渉を生じない。しかし、応答は $1/t$ に比例して減衰するため、標本時刻ごとの絶対値和は発散し、物理的に実現することはできない。そこで、現実には式(2.3)に示すように、伝達関数に2乗余弦型のロールオフ特性を持たせている。

$$H(f) = \begin{cases} T & \dots |fT| \leq (1-\alpha)/2 \\ 0 & \dots |fT| > (1+\alpha)/2 \\ T \cos^2 \frac{(2|fT| - 1 + \alpha)\pi}{4\alpha} & \dots \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2.3)$$

ここで、 α はロールオフ率 ($0 \leq \alpha \leq 1$) で、理想ナイキストフィルタより $\alpha 2T$ だけ余分な帯域幅 (片側) が必要になる。この結果、インパルス応答は次式で示すように $1/t^3$ に比例して減衰する。

$$h(t) = \text{sinc}(t/T) \cdot \frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \quad (2.4)$$

フィルタへの入力信号がNRZパルス列の場合、 $H(f)$ に信号スペクトル $S(f)=T\text{sinc}(fT)$ が乗算されることになり、振幅スペクトルが歪む (これをアパーチャ歪みと呼ぶ)。従って、実際にフィルタを設計する際には、アパーチャ補正を行った伝達関数 $H(f)S(f)$ を用いる。図5にナイキストフィルタの伝達関数とアイパターンを示す。

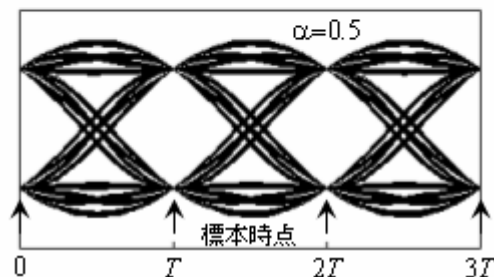
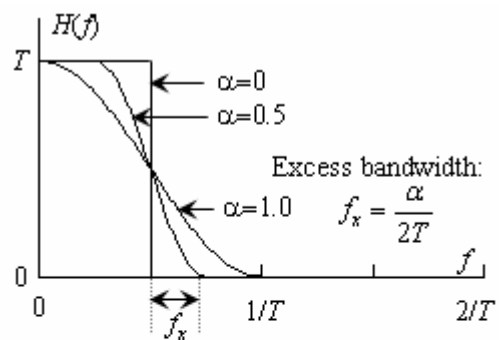


図5. ナイキストフィルタ伝達関数とアイパターン

(b) パーシャルレスポンスフィルタ

パーシャルレスポンスフィルタは、シンボル間の相関により生じる符号間干渉を許容して理想ナイキスト帯域幅を実現する。符号間干渉は制御された確定した値(controlled ISI)を持ち、多値化した応答になる。符号は1シンボル間だけの応答では決定できず、複数のシンボルを観測しなければならない(ロールオフのようなフルレスポンス符号に対し、パーシャルレスポンス符号または相関符号と呼ばれる所以である)。

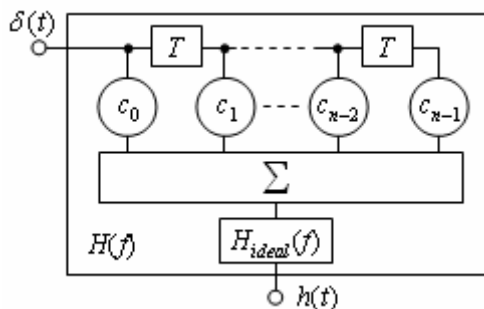
一般的なパーシャルレスポンスフィルタの概念図を図6に示す。通常のトランスバーサルフィルタと異なり、タップ係数は整数である。入力信号としてデルタ関数 $\delta(t)$ を仮定すると、タップ付き遅延線フィルタ出力(インパルス応答)は次式で与えられる。

$$z(t) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k \delta(t - kT) \quad (2.5)$$

図には物理的に実現不能な理想フィルタが存在するが、これは出力信号スペクトルを理想ナイキスト帯域内に制限する概念的な機能である。タップ付き遅延線フィルタを含めた伝達関数は次式で与えられ、 $H(f)$ 全体として物理的に実現可能となる。

$$H(f) = Z(f)H_{ideal}(f) = H_{ideal}(f) \cdot \sum_{k=0}^{n-1} c_k e^{-j2\pi f k T} \quad (2.6)$$

タップ数やタップ係数により様々な時間相関特性が得られ、その結果、上式の Σ 項で与えられる様々なスペクトル整形がなされる。一般的に、タップ数の増加に従い信号スペクトルは狭い帯域に集中することになる。ただし、その代償として応答の多値数は増加する。



T : シンボル周期, $\{c_k\}$: タップ係数 (整数値)
図6. パーシャルレスポンスフィルタの概念図

ここで、具体例としてクラスIパーシャルレスポンス(デュオバイナリ)符号について示しておく。タップ係数は $c_0=c_1=1$ で、それ以外は0である。式(2.6)より伝達関数は次式で与えられる。

$$H_I(f) = (1 + e^{-j2\pi f T}) \cdot H_{ideal}(f) = \begin{cases} 2T \cos(\pi f T) e^{-j\pi f T} & \dots \quad |fT| \leq 1/2 \\ 0 & \dots \dots \dots \quad |fT| > 1/2 \end{cases} \quad (2.7)$$

最初の式から、インパルス応答は理想ナイキストフィルタのインパルス応答を1シンボル分シフト加算したものと次式で与えられる。

$$h_I(t) = \text{sinc}(t/T) + \text{sinc}[(t-T)/T] = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T \cdot (1-t/T)} \quad (2.8)$$

上式から明らかなように、インパルス応答は $1/t^2$ に比例して減衰する。従って、物理的に実現可能である。式(2.7),(2.8)より、伝達関数とインパルス応答を図7に、アイパターンを図8に示す。

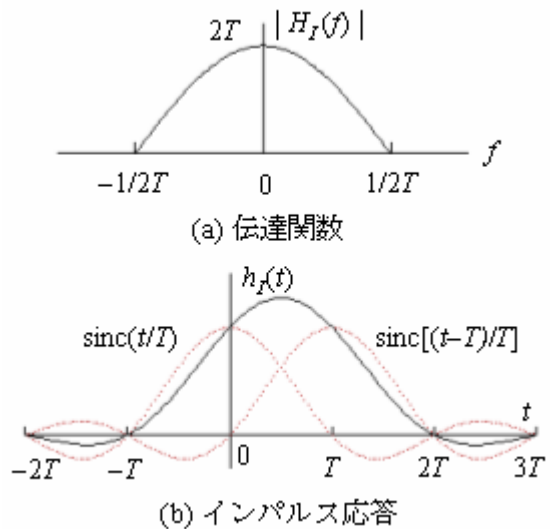


図7. 伝達関数とインパルス応答

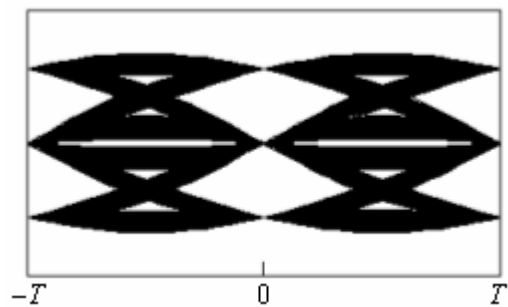


図8. デュオバイナリ符号のアイパターン

3. 変調

情報を運ぶキャリアとして、通常、連続波(CW)が使われる。キャリアを周波数 f_c の余弦波 $a\cos(2\pi f_c t + \phi)$ とすれば、そのパラメータは振幅 a と位相角 ϕ である。これらのパラメータを直接/間接的に変調 B.B.信号(情報の物理的表現)に対応させることにより被変調波が得られる。一般的に、被変調波は時間領域において次式で表すことができる。

$$s(t) = a(t) \cos\{2\pi f_c t + \phi(t)\} \quad (3.1)$$

変調 B.B.信号を $m(t)$ としてキャリアパラメータとの対応関係を表すと、次の3種類の変調方式が得られる。(i) $a(t) \propto m(t)$: 振幅変調, (ii) $\phi(t) \propto m(t)$: 位相変調, (iii) $d\phi(t)/dt \propto m(t)$: 周波数変調である。なお、振幅と位相の2つのパラメータを変化させる振幅位相変調(APSK)なども考えられる。

3.1 変調器の構成

式(3.1)は次のように変形できる。

$$s(t) = i(t) \cos 2\pi f_c t - q(t) \sin 2\pi f_c t \quad (3.2)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= a(t) \cos \phi(t) \\ q(t) &= a(t) \sin \phi(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

式(3.2)は、周波数が f_c である2つの直交するキャリアをそれぞれ $i(t)$ および $q(t)$ で振幅変調し、それらを加算することにより被変調波が得られることを示している。すなわち、どのような変調方式でも、変調器は図9に示すような直交振幅変調器を基本に構成することができる。変調方式に依存するのは変調 B.B.信号 $i(t)$ および $q(t)$ であり、図では B.B.信号生成回路の出力として示している。この回路の機能は、2.1節で述べた符号化された論理信号 a_k を入力として、式(3.3)の演算(波形符号化)を行う。通常は、DSPなどのデジタル信号処理で実現する。被変調波の特性、すなわち変調精度を決定するのは主にアナログ乗算器である。基本回路は、差動増幅器のエミッタ電流を変調 B.B.信号で制御するギルバート型の乗算器が用いられる[5]。

キャリア周波数が低い場合は、波形符号器と直交変調器を一体化して、デジタル信号処理で直接 $s(t)$ を生成することもできる。CAP(carrierless amplitude and phase modulation)方式として、ADSL モデムで実

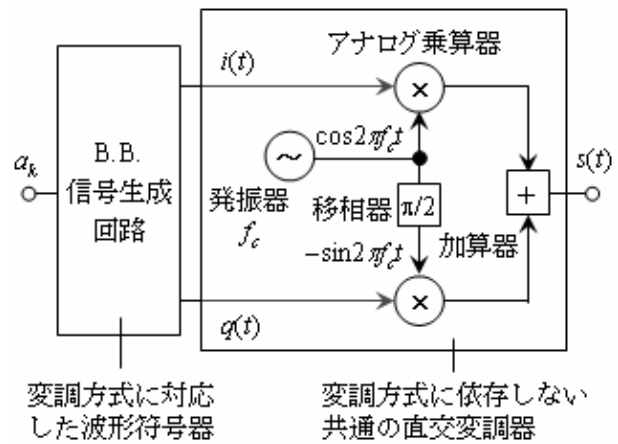


図9. 変調器の構成

用化されている[6,7]。

3.2 変調の時間領域表現と特性

被変調波 $s(t)$ は、式(3.1)を変形して次式のように表すこともできる。

$$s(t) = \text{Re}[a(t)e^{j\phi(t)}e^{j2\pi f_c t}] \quad (3.4)$$

ただし、 $\text{Re}[z]$ は z の実部を表す。また、

$$u(t) = a(t)e^{j\phi(t)} \quad (3.5)$$

は複素包絡線(complex envelope)と呼ばれ、変調 B.B.信号の複素平面上での時間変動を、 $|u(t)|$ は被変調波の包絡線変動を表している。デジタル変調の場合は、標本時刻 $t=kT$ における値が重要であり、特に $u(kT)$ を複素平面上にプロットして信号空間ダイアグラムと呼ぶ。以下、具体例を用いて被変調波の特徴を示す。

(a) デジタル振幅変調 (ASK)

議論を簡単にするため、情報をバイナリ符号 $a_k \in \{0, 1\}$ 、伝送路符号を振幅が1で周期 T の単極NRZ符号 $p(t)$ とする。この変調方式はバイナリASK、またはOOK(on-off keying)と呼ばれる。ASKは位相角を $\phi(t)=0$ としてよいから、複素包絡線は次式で与えられる。

$$u_{ASK}(t) = a(t) = \sum_k a_k p(t - kT) \quad (3.6)$$

複素包絡線は0 or 1の2値をとり、 $|u_{ASK}(t)| = u_{ASK}(t)$ である。従って、被変調波の包絡線と変調 B.B.信号は一致し、ASKは包絡線検波が可能である。

(b) デジタル位相変調 (PSK)

BPSK (binary PSK)をバイナリ ASK と比較してみよう。簡単化のため、ここでも伝送路符号の帯域制限は考慮しないものとする。キャリア振幅を $a(t)=1$ 、情報 a_k を位相角 $\phi_k=0$ or π に対応させるとすれば、BPSK の複素包絡線は次式で与えられる。

$$u_{BPSK}(t) = e^{j\phi(t)} = \sum_k e^{j\phi_k} p(t-kT) = \sum_k (-1)^{a_k} p(t-kT) \quad (3.7)$$

複素包絡線は ± 1 の 2 値をとり、複極 NRZ 符号で振幅変調したものに等しい。

BPSK とバイナリ ASK は、変調 B.B.信号に違いがあるだけで本質的には同じタイプの変調方式である。ただし、BPSK は $|u_{BPSK}(t)| \neq u_{BPSK}(t)$ であるため包絡線検波により情報を復元することはできない。また、式(3.6)と(3.7)より、

$$u_{ASK}(t) = \{1 + u_{BPSK}(t)\} / 2 \quad (3.8)$$

の関係が成立する。すなわち、1/2 の係数を無視すれば ASK 信号は BPSK 信号に同じ電力の無変調キャリアを加算したものになっている。無変調キャリアは情報の伝送に何ら寄与しないため、ASK 信号電力の半分は無駄になっている（電力効率は BPSK に比べ 3 dB 劣化している）。

(c) M 相 PSK

通常、 M は 2 のべき乗とし、情報 a_k とキャリア位相 ϕ_k を次式で対応付ける。

$$\phi_k = (2a_k + 1)\pi / M, \quad a_k \in \{0, 1, \dots, M-1\} \quad (3.9)$$

$M=4$ の場合を特に QPSK (quadrature PSK)と呼ぶ。便宜上、被変調波の包絡線を $a(t)=\sqrt{2}$ とすれば、複素包絡線は次式で与えられる。

$$u_{QPSK}(t) = \sqrt{2} \sum_k e^{j\phi_k} p(t-kT) = \sum_k (i_k + jq_k) p(t-kT) \quad (3.10)$$

ただし、 $i_k, q_k = \pm 1$ で、情報 a_k を直並列変換して得たバイナリ符号 b_k, c_k との関係は $i_k = (-1)^{b_k}, q_k = (-1)^{c_k}$ である。QPSK 信号は 1 符号あたり 2 ビットの情報を伝送でき、図 9 に示したように、2 つの独立な複極 NRZ 符号（同相および直交チャネル）で直交

振幅変調して得られる。

ここで、標本時刻における複素包絡線、 $u(kT)$ を信号空間ダイアグラムとして図 10 に示しておく。

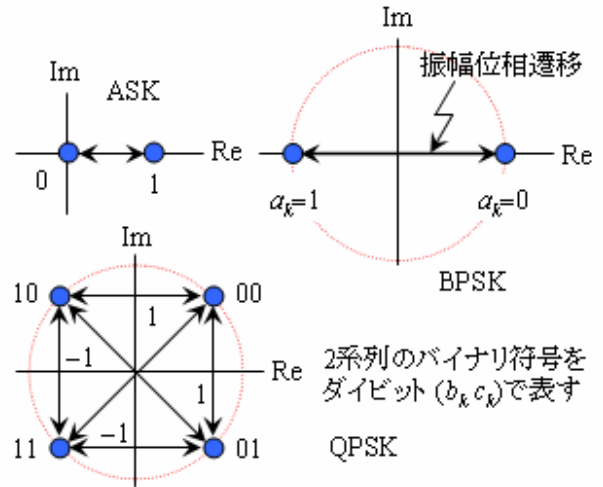


図 10. 信号空間ダイアグラムと振幅位相遷移

M 相 PSK 信号は全て図 9 の回路で得られるが、8 相 PSK 以上になると 3 ビット以上の符号で同相および直交チャネルの変調 B.B.信号を作る必要があり、QPSK までとは異なり複極の多値信号になる。しかし、いずれも線形演算であり、デジタル位相変調は振幅変調と同じ線形変調に分類される。これに対し、アナログ位相変調は位相角 $\phi(t)$ の余弦、正弦演算（非線形演算）となり、周波数変調と同様非線形変調に分類される。非線形変調は、興味深い色々な性質が知られているが、それらを記述するにはこの余白は狭すぎる（どこかで聞いたことがあるような？）。図 10 に示した振幅位相遷移が円周上に制限される点が大きな違いである。

3.3 変調の周波数領域表現と特性

周波数資源は有限であるため、無線通信システムでは周波数の利用効率を高めることが重要である。システムの占有する周波数帯域幅は、変調 B.B.信号の周波数スペクトルより求めることができる。ここでは、被変調波スペクトルの基本的性質と、スペクトル整形について述べる。

(a) DSB 変調と SSB 変調

どのような変調方式でも、被変調波は式(3.2)で与えられることを示した。周波数スペクトルは信号のフーリエ変換として求めることができる。被変調波 $s(t)$ は同相成分と直交成分の和であるが、フーリエ変

換は線形演算のため、それぞれの成分をフーリエ変換すればよい。簡単化のため振幅変調とすれば、

$$s(t) = a(t) \cos 2\pi f_c t = a(t)(e^{j2\pi f_c t} + e^{-j2\pi f_c t})/2 \quad (3.11)$$

であり、 $a(t)$ のフーリエ変換を $A(f)$ とすれば、 $s(t)$ の周波数スペクトルは次式で与えられる。

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt = \frac{1}{2}A(f-f_c) + \frac{1}{2}A(f+f_c) \quad (3.12)$$

すなわち、図 11 に示すように変調 B.B.信号スペクトルを $\pm f_c$ へシフトしたものである。このとき、被変調波は B.B.信号の 2 倍の帯域($w/2 \sim w/2$)を占有する。スペクトルは f_c を中心に上側帯波(USB)と下側帯波(LSB)から構成され、両側帯波(DSB)変調と呼ばれる。なお、フーリエ変換の性質から明らかなように、USB と LSB はエルミート対称(複素共役)の関係になっている。また、負の周波数スペクトルは正のそのイメージであり、USB 同士、LSB 同士もエルミート対称の関係にある。

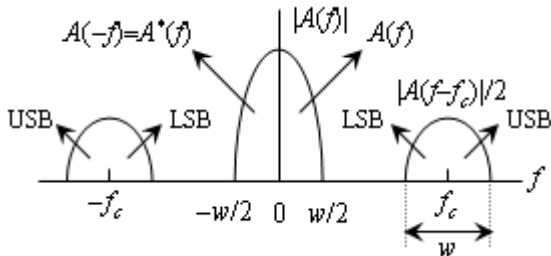


図 11. 変調 B.B.信号と被変調波の振幅スペクトル

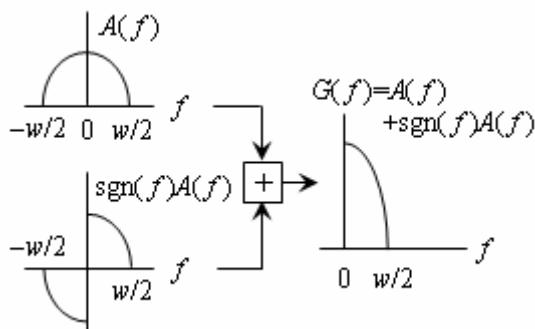


図 12. SSB 信号スペクトルの生成

スペクトルのエルミート対称性を考慮すると、両側帯波の一方は冗長であるといえる。従って、いずれか一方の側帯波を取り除いて DSB 変調の半分の

帯域で通信が可能で、そのとき伝送すべき情報が失われることはない。この SSB 変調は現在ほとんど使われることはないが興味深い方式である。図 12 に示すように、SSB 信号は 2 つの DSB 信号を加算することにより得られる。ここで、 $\text{sgn}(f)A(f)$ の時間信号は次式で与えられる。

$$F^{-1}[\text{sgn}(f)A(f)] = a(t) \otimes j/\pi \equiv j\hat{a}(t) \quad (3.13)$$

ただし、 $\hat{a}(t)$ は $a(t)$ のヒルベルト変換である。これより、変調 B.B.信号は複素包絡線により次式で表される[†]。

$$u(t) = a(t) + j\hat{a}(t) \quad (3.14)$$

また、被変調波は次式で与えられる。

$$s(t) = a(t) \cos 2\pi f_c t - \hat{a}(t) \sin 2\pi f_c t \quad (3.15)$$

(b) 被変調波のスペクトル整形

無線通信では、他システムへの干渉を考慮して帯域外への放射スペクトルを抑圧しなければならない。このため 2.2 節で述べたフィルタ技術により理想ナイキスト帯域幅に近づける。線形変調の場合、フィルタは変調器の前後いずれに置いてもよいが、高精度化を図るため変調器前の B.B.帯に置くのが一般的である。一方、FSK などの非線形変調では置き場所により特性が異なる。変調後に帯域制限すると式(3.2)の $i(t), q(t)$ が変化して、包絡線振幅一定という特性を満足しなくなることに注意が必要である[4]。

送信フィルタは、熱雑音や干渉雑音を抑圧するための受信フィルタと一体で設計することが望ましい。最適フィルタの観点から、例えば式(2.3)のロールオフ特性は送受フィルタに分割し、ルートロールオフフィルタとする。この結果得られる被変調波の電力スペクトルは、式(2.3)を用いて次式で与えられる。

$$|S(f)|^2 = H(f-f_c)/4 + H(f+f_c)/4 \quad (3.16)$$

シンボル周波数 $1/T$ 、ルートロールオフスペクトル整形された被変調波の電力スペクトルを帯域制限なしの場合と比較して図 13 に示す。図 14 はロールオ

[†] 因果的信号($g(t)=0, t < 0$)のスペクトルは、実部と虚部がヒルベルト変換で結ばれていた。その双対である式(3.14)は、複素信号の実部と虚部がヒルベルト変換で結ばれている。この結果、負のスペクトルは 0 となる[8]。

フスペクトル整形された QPSK 信号のスペクトルで、同相・直交成分に分解して示している。

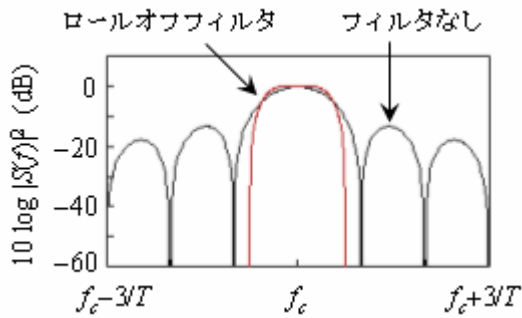


図 13. 被変調波の電力スペクトル

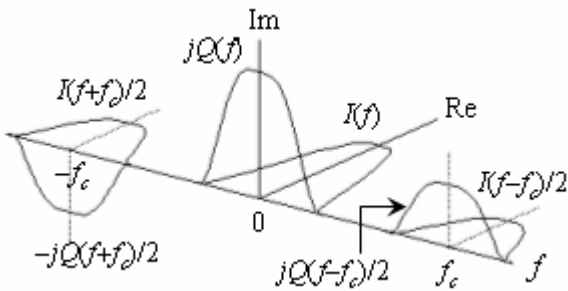


図 14. QPSK 信号スペクトル (同相・直交成分)

4. 復調

復調は検波とも呼ばれ、変調とは逆に被変調波から変調 B.B. 信号 更には情報を取り出す操作である。ただし、伝送路で線形・非線形歪みが生じ、雑音や干渉が加算されるため全く同じ信号を再生することはできず、デジタル信号の場合ビット誤りが生じる。復調方式には、包絡線検波に代表される非同期方式と、送信キャリアに同期した基準信号が必要な同期方式がある。通常、復調特性に優れる同期方式が用いられる。本稿は、同期方式の基本動作および最適検波との関連を述べる。

4.1 同期検波

絶対位相情報が必要な絶対同期検波と、相対位相情報で十分な差動同期検波がある。

(a) 絶対同期検波

同期検波による復調過程を理解するため、歪みや雑音を含まない BPSK 信号を絶対同期検波する。図 15 は同期検波の基本動作を示す。受信信号は基準キャリアと乗算され (位相検波と呼ぶ)、復調信号 $d(t)$ は、LPF 出力から次式に示す位相検波器出力 $D(t)$ の低周波成分として得られる。

$$D(t) = \sqrt{2}a(t) \cos 2\pi f_c t \cdot \sqrt{2} \cos(2\pi f_c t + \theta) \quad (4.1)$$

$$= a(t) \{ \cos \theta + \cos(4\pi f_c t + \theta) \}$$

ただし、 θ は基準キャリアの定常位相誤差である。定常位相誤差 θ が存在すると復調信号振幅は $\cos \theta$ 倍され、SNR マージンが低下するため信号品質が劣化する。図 16 は信号空間から眺めたものである。QPSK 信号の場合、直交チャネルからの干渉も加わるため、BPSK 信号に比べ復調信号の劣化は大きくなる。図 17 はロールオフスペクトル整形された BPSK 信号と、同期検波後の復調信号を示している。見やすくするために、キャリア周波数はシンボル周波数の 2 倍にしている ($f_c = 2/T$)。

基準キャリアは、受信信号から再生されなければ

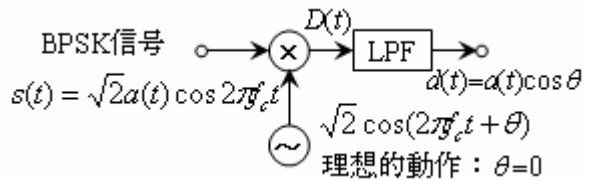


図 15. BPSK 同期検波の基本動作

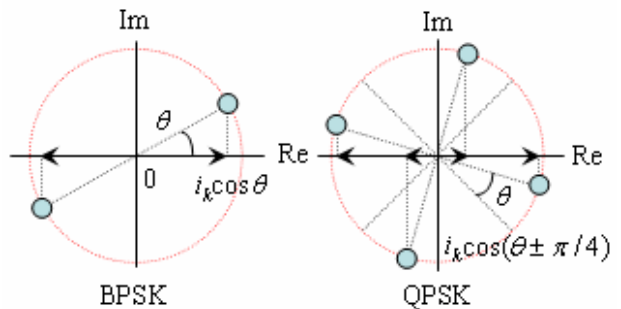


図 16. 定常位相誤差による復調信号振幅の減少

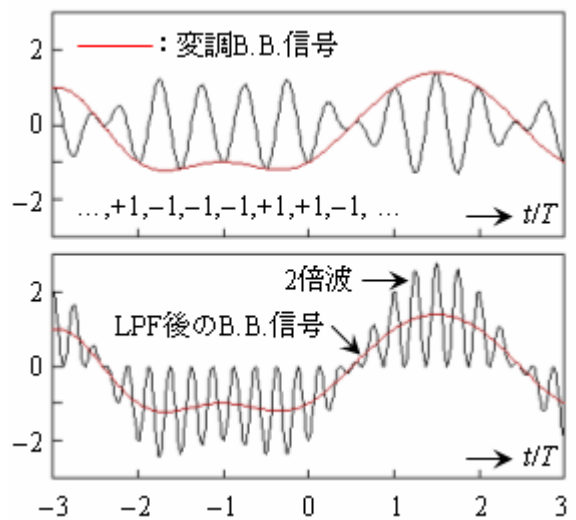


図 17. BPSK 信号 (上) と復調信号 (下)

ならないが、通常、被変調波のキャリア成分は抑圧されている(DSB-SC 変調)。基準キャリアの再生・同期技術は、同期検波特性を左右する要素技術である。従来、逡倍法やコストス法等々、非線形演算によりキャリア成分を抽出し、PLL で同期を確立する手法が用いられてきた[9]。また、デジタル信号処理技術の進歩に伴い、ユニークワード(UW)を用いて復調信号の位相制御を行う方法も開発されている[10]。いずれの方法も、送受信機の周波数差による定常位相誤差、変調成分や熱雑音による位相ジッタなどの劣化要因により復調信号品質は劣化することを注意しておく。

デジタル信号の品質はビット誤り率(BER)で評価される。ここでは、加法的白色ガウス雑音(AWGN)のみが存在する理想的な条件で BPSK 信号の BER 特性を求める。他の変調方式についても同様の考え方が適用できる。受信機の BPF で帯域制限された AWGN は、狭帯域雑音 $n(t)$ として次式で表される。

$$n(t) = x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t \quad (4.2)$$

ここで、 $n(t)$, $x(t)$, $y(t)$ は平均値 0、分散 σ^2 のガウス雑音で、 $x(t)$ と $y(t)$ は独立である。BPSK 信号を $s(t) = a(t) \cos 2\pi f_c t$ とすれば、位相検波器出力 $D(t) = \{s(t) + n(t)\} \cos 2\pi f_c t$ より、 $1/2$ の係数を無視して復調信号は $d(t) = D(t)$ (低周波成分) として次式で与えられる。

$$d(t) = a(t) + x(t) \quad (4.3)$$

標本時刻 $t = kT$ におけるサンプル値は $d_k = \alpha_k + x_k$ と表されるランダム変数である。受信信号の BER を求めるために d_k の条件付確率密度関数(pdf)を求める。 d_k は独立なランダム変数 α_k と x_k の和であるから、条件付 pdf は畳み込み積分により次式で与えられる。

$$p_d(x|\alpha_k = A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4.4)$$

$$p_d(x|\alpha_k = -A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x+A)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4.5)$$

これより、BPSK 信号の BER は次式で与えられる。

$$P_e = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 p_d(x|\alpha_k = A) dx + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} p_d(x|\alpha_k = -A) dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_{\text{CNR}}}) \quad (4.6)$$

ただし、 $\operatorname{erfc}(x)$ は誤差補関数であり、次式で定義される。

$$\operatorname{erfc}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-z^2) dz \quad (4.7)$$

また、 $\gamma_{\text{CNR}} \equiv A^2 / 2\sigma^2$ は CNR (真値) である。

(b) 差動同期検波

基準キャリアは、等価的に受信信号の位相を逡倍することにより再生される。M 相 PSK では、位相の M 逡倍により変調成分を無変調キャリアに変換する。この際、再生キャリアには $2m\pi / M$ ($m=0 \sim M-1$) の位相不確実性が生じる (絶対位相に同期させるためにはユニークワードやパイロットキャリアの助けが必要になる)。具体例として BPSK ($M=2$) の場合、同期したキャリア位相 ψ は 0 と π の可能性がある。定常位相誤差を 0 とすれば再生キャリアは $\cos(2\pi f_c t + \psi)$ で表され、 $\psi = \pi$ の時、式(4.1)より $d(t) = a(t) \cos \psi = -a(t)$ となる。すなわち、復調信号の極性が反転してしまう。同様に QPSK ($M=4$) の場合、 $\psi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の不確定が生じる。受信信号は $\cos(2\pi f_c t + \psi)$ と $-\sin(2\pi f_c t + \psi)$ で位相検波されるため、表 1 に示すように復調信号の極性が反転したり、I, Q チャネルが入れ替わったりして正しい復調結果を得られない。

表 1. 基準キャリア位相による復調信号の変化 (QPSK)

ψ	I	Q	
0	$i(t)$	$q(t)$	$i(t) = \cos \phi_k$
$\pi/2$	$q(t)$	$-i(t)$	$q(t) = \sin \phi_k$
π	$-i(t)$	$-q(t)$	ϕ_k : 変調位相角
$3\pi/2$	$-q(t)$	$i(t)$	

同期した位相に不確実性が存在しても正しい復号結果を得るため、情報 (論理信号) を絶対位相に対応させるのではなく、位相差に対応させる。これを差動位相変調(differential PSK)と呼ぶ。基準位相は 1 シンボル前の位相角 ϕ_{k-1} とするのが一般的であるが、 n シンボル前でもかまわない。時刻 $t = kT$ において、情報に対応した位相差を ϕ_k で表せば、

$$\Phi_k = \phi_k - \phi_{k-1} \pmod{2\pi} \quad (4.8)$$

である．復調信号から上式の差分論理演算により情報を復号する．逆に，差分論理演算により情報を復号するためには，次式で示される和分論理演算[†]により変調位相角を変換しておく必要がある．

$$\phi_k = \Phi_k + \phi_{k-1} \pmod{2\pi} \quad (4.9)$$

以上で述べたように，差動位相変調と差動同期検波によりキャリア再生時，または同期回路の位相スリップ時に生じる位相不確定性の問題を解決することができる．このシステムに必要な機能は和分・差分論理演算のみであり，実際の通信システムでよく使われている．ただ，あるシンボルに誤りが生じた場合，差分論理演算により次のシンボルに必ず誤りが波及する欠点がある．この結果，差動同期検波の BER 特性は式(4.6)の 2 倍になる．

4.2 遅延検波

遅延検波は，位相検波に際しての基準信号を 1 シンボル前の受信信号とする．同期した無変調の基準キャリアを用いないため，非同期復調方式に分類される場合もあるが，シンボル間の周波数変化は無視できるため同期方式に分類する．

送信情報が遅延検波により復元できる様子を図 18 に示す．図を見やすくするため，被変調波は帯域制限のない状態にしている．また，送信符号 $a_k = \{0, 1\}$ とキャリア位相（物理信号） ϕ_k は， $\phi_k = a_k \pi$ の関係にある．図の位相検波出力は BPSK 信号を $s(t) = \cos(2\pi f_c t + \phi_k)$ としたとき， $1/2$ の係数を無視して次式の結果を示している．

$$\begin{aligned} D(t) &= s(t) \cdot s(t-T) \\ &= \cos(\phi_k - \phi_{k-1}) + \cos(4\pi f_c t + \phi_k + \phi_{k-1}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

図の直線は 1 シンボル間の平均値（上式の第 1 項）で，復調信号 $d(t) = D(t)|_{\text{低周波成分}}$ を表している．検波器への入力信号を比較すると明らかなように，極性が異なる場合は負，同極性の場合は正の振幅をとる．すなわち，復調信号は

[†] $\phi_k = \sum_{i=-\infty}^k \Phi_i \pmod{2\pi}$ と書けるから， 2π を法とする

情報の累積加算を意味している．ただし，情報は論理符号 0, 1 で表されるため，実際には 2 を法とする加算（排他的論理和演算）になる．

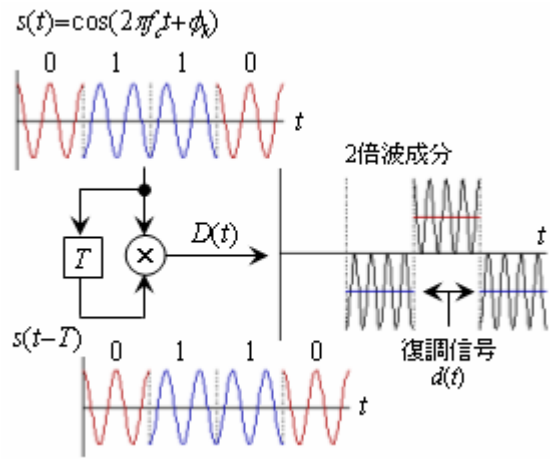


図 18. BPSK 遅延検波の基本動作

$$A_k = a_k - a_{k-1} \pmod{2} \quad (4.11)$$

で論理演算した符号を $(-1)^{A_k}$ の規則により伝送路符号（複極 NRZ）化したものといえる．あるいは，式(4.10)の第 1 項で示すように，送信位相情報を $\phi_k = \phi_k - \phi_{k-1} \pmod{2\pi}$ として差分論理演算したものである．結局，遅延検波で得た復調信号は，式(4.11)に示す差分論理演算を組み込んだ形式になっている．従って，復調信号が送信情報と等しいためには， A_k を和分論理演算 $a_k = A_k + a_{k-1} \pmod{2}$ により符号化しておく必要がある．

QPSK 遅延検波も同様にシンボル間の位相差に情報に対応させる．位相検波器は，BPSK の場合と多少異なり，直交位相検波器により同相・直交成分を得る．この際，1 シンボル遅延 QPSK 信号の位相を $\pi/4$ ラジアンだけ進ませて基準信号とする．この結果，4 つの基準位相 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ が得られる．基準信号は更に 2 分岐され，一方は $\pi/2$ 位相シフトされ，直交チャンネルの基準信号になる．

モバイル通信などで使われている $\pi/4$ -DQPSK は，変調時 1 シンボル毎に $\pi/4$ の位相シフトが行われているため，位相検波器での $\pi/4$ 位相シフトは不要になる．

以上，キャリア周波数帯における遅延検波動作を述べたが，B.B.帯においても可能であり，むしろ装置構成や安定性の面で優れている．図 19 は $\pi/4$ -DQPSK 用 B.B.帯遅延検波回路である．復調信号は固定発振器を用いた準同期検波により得られる．同相・直交成分をまとめて複素信号 $d(t) = i(t) + jq(t)$ で表

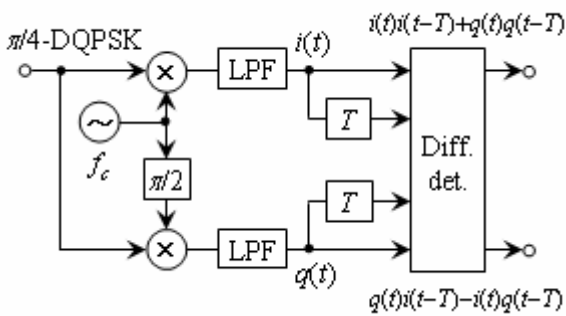


図 19. $\pi/4$ -DQPSK 用 B.B. 帯遅延検波回路

すと、B.B. 帯遅延検波の動作は次式で与えられる。

$$g(t) = d(t)d^*(t-T) \quad (4.12)$$

ただし、* は複素共役を意味する。

送受信機に周波数誤差 Δf が存在すると、復調信号は $d(t)e^{j2\pi\Delta f t}$ として位相回転する。位相回転は遅延検波により定常位相誤差に変換され、出力は符号間干渉を伴う $g(t)e^{j2\pi\Delta f T}$ で表される[4]。このため、B.B. 帯 AFC が必要になる。

遅延検波は 1 シンボル前の受信信号を基準信号として用いるため、雑音や歪みの影響を受けやすく、BER 特性は同期検波に比べ劣化する。BER 特性は S. Stein の巧妙な方法により導出できるが、かなり複雑である[4]。ここでは、結果のみを示す。

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\gamma} \quad (\text{BPSK}) \quad (4.13)$$

$$P_e = Q(a, b) - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2}\right) I_0(ab) \quad (\text{QPSK}) \quad (4.14)$$

ただし、 γ は E_b/N_0 の真値である。また、 $Q(a, b)$ はマルカム Q 関数、 $I_0(\cdot)$ は第 1 種 0 次ベッセル関数で、

$$a = \sqrt{(2-\sqrt{2})\gamma}, b = \sqrt{(2+\sqrt{2})\gamma} \quad (4.15)$$

である。

なお、各種変調方式の BER 特性を比較する際には、共通の変数として 1 ビット当りのエネルギー対雑音電力密度比 (E_b/N_0) で評価する。

4.3 最適検波との関連

無線通信システムは、周波数利用効率と共に電力利用効率、すなわちできるだけ小さい電力で一定の通信品質を確保することが要求される。誤りのある伝送路を通して受信した信号から送信信号を推定す

る最適な方法は、情報理論により明らかにされている。出発点は、図 20(a) の 2 元対称伝送路(BSC)の議論である。BSC モデルで、情報源 X の符号 0,1 の発生確率は等しいとする。伝送路を介して符号 Y が受信されたとき、事後確率 $P(X|Y)$ が最大となる符号が送信された情報と推定するのが最適である。このとき推定誤りは、遷移確率 p で与えられる。しかし、現実には図(a)のような離散伝送路ではなく、平均値 0 のガウス雑音を加算される伝送路であり、受信信号は連続量になる。伝送路モデルを一般化して、同図 (b) に示すように送信符号を $S=\{s_0, s_1\}$ 、受信符号を $r=\{\rho\}$ (ρ : 連続量) とする。BSC の場合と同様、事後確率を最大にする符号が送信されたと推定するのが最適であり、判定法は次式で表される。

$$P(s_0|r=\rho) > P(s_1|r=\rho) \Rightarrow \hat{S} = s_0 \quad (4.15)$$

これを最大事後確率(MAP)推定法と呼ぶ。

離散的伝送路とは異なり、現実の伝送路での事後確率を求めるのは困難である。このため次式に示すように、ベイズの定理を用いて事後確率を別の条件付確率 (尤度関数) に変換する。

$$P(s_i|r=\rho) = \frac{P(s_i)p_r(\rho|s_i)}{p_r(\rho)} \quad (4.16)$$

送信符号が等確率で生起するとすれば、上式より事後確率を最大にすることと尤度関数を最大にすることは等価である。

尤度関数は送信符号が s_i のとき、受信信号が $r=\rho$ となる条件付確率密度である。ガウス雑音を n とすれば、 $\rho=s_i+n$ より、尤度関数は送信符号が s_i のとき雑音振幅 n が $\rho-s_i$ となる条件付確率密度に等しい。従って、尤度関数は次式のように簡易化できる。

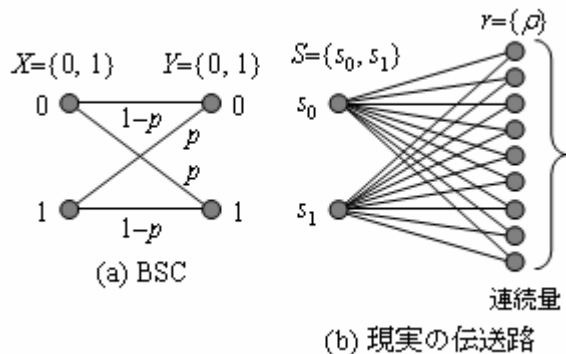


図 20. 伝送路モデル

$$p_r(\rho|s_i) = p_n(\rho - s_i|s_i) = p_n(\rho - s_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\rho - s_i)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4.17)$$

第1の等号では受信信号から雑音に関する条件付確率密度に変換し、第2の等号では信号と雑音は統計的に独立であることを利用して周辺確率密度に変換している。この結果、尤度関数を最大にする s_i は ρ との距離が最も近い符号であることがわかる。例えば BPSK の場合、 $S = \{s_0, s_1\} = \{-A, A\}$ であるから判定の閾値は $\rho=0$ となり、 $\rho > 0$ で $\hat{s} = s_1$ 、 $\rho < 0$ で $\hat{s} = s_0$ と推定するのが最適である。この推定法は最大尤度(ML)推定と呼ばれ、同期検波と等価である。すなわち、同期検波は最適検波であり、その時得られるビット誤り率は式(4.6)で与えられる。

ここで述べた最適検波の議論は、受信信号系列を構成する各シンボルが独立な場合に成立する。例えば、第2節で取り上げたパーシャルレスポンス符号や、時間分散のある伝搬路(マルチパスフェージングなど)では信号の応答が複数シンボルに渡り、時系列に相関が現れる。このような場合は複数シンボルをまとめて1つのベクトルとみなし、式(4.17)の信号間距離 $|\rho - s_i|$ の代わりにノルム $\|\rho - s_i\|$ を用いる[11]。この検波方法を最尤系列推定(MLSE)と呼び、実現手法としてビタビアルゴリズム[12]が使われている。

図21に本稿で議論した各種検波方式のBER特性を示す。同期検波はML検波と等しく、時系列に相関がない場合はMLSEとML検波は等価である。

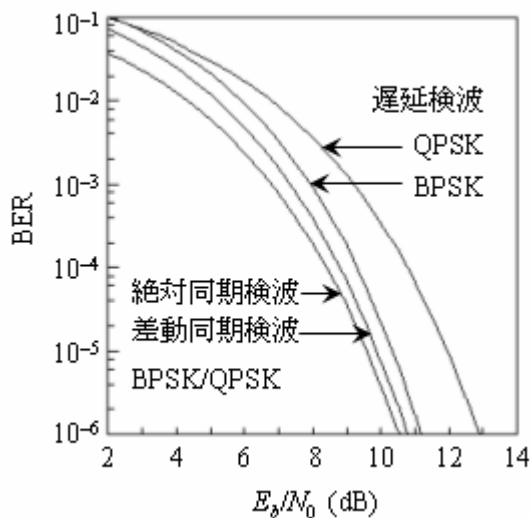


図21. ビット誤り率特性

5. むすび

本論文は、「変復調は情報(論理符号)と電波(物理信号)の相互変換操作であり、その機能を理解し、システムを実現するためには時間領域と周波数領域の両面からの考察が必要である」との基本的考えに基づいてまとめたものである。このため、取り上げた変調方式は理解の容易な線形変調のみとした。ただし、直交振幅変調器を基本として、変調B.B.信号を生成する広義の符号器により現在知られているどの変調方式にも対応できることを示した。無線通信システムでは特に電力効率の向上が要求される。従って、復調方式もBER特性に優れる同期方式に的を絞った。同期方式の中で同期検波は最適検波であることを述べたが、その特性は受信シンボルが独立の場合に成立する。普遍的な最適検波であるMLSEについては、紙面の関係で簡単に述べるにとどめた。

文献

- [1] IRE Dictionary of Electronics Terms and Symbols, The IEEE Inc., 1961.
- [2] 守谷健弘: 音声符号化, 電子情報通信学会, 1998.
- [3] 安田浩, 渡辺裕: デジタル画像圧縮の基礎, 日経BP出版センター, 1996.
- [4] 斉藤洋一: デジタル無線通信の変復調, 電子情報通信学会, 1996.
- [5] 斉藤洋一: デジタル変復調と等化技術, MWE'97 Microwave Workshop Digest, pp.361-370, 1997.
- [6] 山野誠一, 他: xDSL アクセス技術, 電子情報通信学会誌, vol.84, No.2, pp.84-91, Feb. 2001.
- [7] 奥村淳, 斉藤洋一: クラスIVパーシャルレスポンスSSB信号の生成法, 信学技報, RCS2002-188, pp.41-46, Nov. 2002.
- [8] 斉藤洋一: 信号とシステム, コロナ社, 2003.
- [9] W.C.Lindsey and M.K.Simon: Telecommunication Systems Engineering, Prentice-Hall, 1971.
- [10] 田野哲, 斉藤洋一: RLS位相推定による適応位相制御方式, 信学論B-II, 12, pp.927-935, Dec.1993.
- [11] Wozencraft and Jacobs: Principles of Communication Engineering, John Wiley & Sons, Inc., 1965.
- [12] G.D.Forney, Jr.: The Viterbi Algorithm, IEEE Trans. Inf. Theory, vol.IT-61, pp.268-278, Mar. 1973.